COMPENDIO DE ALGEBRA DE

ABENBÉDER

Junta para ampliación de estudios e investigaciones científicas

CENTRO DE ESTUDIOS HISTÓRICOS

COMPENDIO DE ÁLGEBRA DE ABENBÉDER

Texto árabe, traducción y estudio

por

JOSÉ A. SÁNCHEZ PÉREZ

MADRID
1916

Imprenta Ibérica, E. Maestre, Pozas, 12. Madrid.—Teléfono 3.854

A DON FRANCISCO CODERA

Maestro de arabistas, modelo de laboriosidad, por cuyas excepcionales dotes es venerado de todos sus discípulos y muy especialmente de su muy amigo

EL AUTOR.

ÍNDICE GENERAL

PRÓLOGO DEL TRADUCTOR

La historia de las Matemáticas en España. Los estudios histórico-matemáticos han estado abandonados, casi en absoluto, en nuestra patria. Países como Portugal, Italia, Suiza, Dinamarca, Bélgica, Rusia, cuya cultura general y matemática no es muy superior a la de España, tienen su correspondiente historia de las Matemáticas, mientras que nosotros no hemos sabido formar la nuestra.

A esta deficiencia contribuyó quizá la discusión años ha entablada acerca de la existencia o no existencia de matemáticos en España. En aquella polémica, enfrente de los entusiasmos con que Laverde Ruiz y Menéndez y Pelayo defendían los fueros de la ciencia patria en todas sus ramas (1), hubo escritores como Echegaray, que en su célebre discurso al ingresar en la Academia de Ciencias (1866), afirmó rotundamente que "España es un pueblo que no puede tener historia

(1) *La Ciencia Española.* Madrid, 1887-1889 (tres tomos).

científica, porque no ha tenido ciencia„. Años más tarde, los estudios bibliográficos e investigaciones históricas de Vicuña (1) y Fernández Vallín (2) parecieron iniciar una reacción favorable; pero muy pronto caímos en el mismo abandono, hasta que recientemente Rey Pastor, con sus concienzudos trabajos sobre los matemáticos españoles del siglo XVI y los algebristas del siglo XVII (3), abrió en la historia de las Matemáticas una nueva senda que quizá ponga término a la polémica antedicha.

En una historia general de las Matemáticas no deben tenerse en consideración casi ninguno de los libros de Matemáticas impresos en España, porque no se encuentra en ellos doctrina nueva ni perfeccionada, pero en la historia particular de las Matemáticas en el suelo español, no cabe duda que merecen consignarse estos trabajos de hombres estudiosos que dedicaron su actividad a las ciencias del número, la cantidad y la extensión.

Si es cierto que en España no nació ningún rival de Newton, Leibnitz, Mac-Laurin, Copérnico, Lagrange ni Abel, tampoco puede negarse que en ella vieron la luz las obras de Alfonso el Sabio y de

---

(1) *Bibl. Mathem.* Eneström, 1890, págs. 13-36.

(2) Discurso de ingreso en la Academia de Ciencias. Madrid, 1893.

(3) Discurso inaugural del curso 1913-1914 en la Universidad de Oviedo.

Revista de Libros. Madrid, 1913 y 1914.

Pérez de Moya, de Hortega y de Cedillo, de Martínez Silíceo y Gaspar Lax. Si porque estos matemáticos no fueron genios comparables a aquéllos, hubiera de negarse la existencia de la Matemática española, caeríamos en igual absurdo que si negásemos la Geografía de España, por la sola razón de que no tenemos cordilleras como el Atlas, ríos como el Misisipí, cataratas como las del Niágara, volcanes como el Vesubio o lagos como los de Suiza.

España no posee la historia de su ciencia matemática, sencillamente, porque no ha tenido ni historiadores generales como Cantor y Eneström, en Alemania; Zeuthen, en Dinamarca; Suter, en Suiza; Marie, en Francia; Bobynin y Vastchenko-Zakhartchenko, en Rusia; Bierens de Haan, en Bélgica; Favaro y Gino Loria, en Italia; Gomes Teixeira, en Portugal; Rouse Ball, en Inglaterra; ni siquiera investigadores monográficos como Boncompagni, Sedillot, Martin, Woepcke, Marre, Tannery, Terquem, Steinschneider y Breton de Champ.

Las esperanzas halagüeñas que para el progreso de estos estudios en nuestra patria nos inspira el juvenil entusiasmo y la competencia con que el Sr. Rey Pastor ha abordado la empresa de construir la historia de la Matemática posterior al siglo XV, quisiéramos hacerlas extensivas a los siglos anteriores, respecto de los cuales no podemos estar conformes con la opinión, un poco extraña, del insigne Rey Pastor, el cual dice (1): "Es cierto que España, en la Edad Media, fué maestra del mundo, y que a ella acudían sabios de todas las naciones para estudiar las ciencias; es cierto que las escuelas de Córdoba, Granada, Sevilla, irradiaban esplendorosa luz; así lo reconocen todos los historiadores; pero no tenemos derecho a enorgullecernos con estas glorias, que no son nuestras."

Nosotros afirmamos, por el contrario, y se puede demostrar sin esfuerzo, que en la historia de las Matemáticas en España ha de incluirse también aquella época de esplendor, cuya gloria se reconoce, aunque regateándosela a España para dársela al pueblo musulmán; no se quiere que la ciencia sea española, y se la denomina árabe, como si en aquella civilización de los siglos VIII al XV no corriera sangre española por las venas de todos los matemáticos hispano-musulmanes que nos han legado tantas obras de su ingenio, inexploradas hasta la fecha. Todos ellos en España nacieron, y sus hijos, y sus nietos, y diez generaciones sucesivas dominaron nuestro país y ejercieron en nuestra cultura general una influencia que todavía se deja sentir (2). No por ser musulmanes dejaban, pues, de ser españoles aquellos hombres de ciencia que cultivaron las Matemáticas en nuestra península y que se llaman Abdalá Benahmed de Zaragoza, M. Benabdalá

(1) Discurso inaugural. Oviedo, 1913, págs. 15 y 16.

(2) Cfr. Ribera: *Orígenes del Justicia de Aragón*. Conferencia 1.ª Zaragoza, 1897.

el Becrí de Valencia, Alcalsadí de Baza, Omar Benabderrahman Benalí de Córdoba, Omeya Benabisalt de Denia, Benassamh de Granada, Azarquiel de Toledo, Hossain Benahmed Benmás de Medinaceli, Chéber Benaflah de Sevilla, Yahya Benismail de Baeza, Maslama de Madrid, M. Benahmed Abenjarbú de Jaén, Abulcásim M. Benalí de Almería, M. Benyusuf Benamira de Orihuela, etc. Llevemos, por consiguiente, a nuestra historia de las Matemáticas, todos los estudios realizados por los musulmanes españoles desde el siglo VIII al XV, precedidos, a ser posible, de las investigaciones de la época hispano-romana y de los resultados de la Escuela de Sevilla en el siglo VII, aunque confesemos nuestra decadencia en los siglos XVI al XVIII, para señalar después el resurgimiento de las Matemáticas en los siglos XIX y XX.

Porque es evidente, y en esto ya coincidimos con Echegaray y con Rey Pastor, que terminada la dominación arabe en España, y a pesar de la protección de Alfonso el Sabio a los hombres de ciencia, desaparece la cultura matemática que poseía la España musulmana, quedando nuestro país durante la Edad Moderna en un atraso científico innegable, mientras que en Europa continúa la labor de progreso.

En cuanto a la Edad Contemporánea, es indiscutible que la cultura matemática española la han elevado maestros insignes, como Echegaray, Torroja, García de Galdeano, Rey Pastor. Si estos matemáticos no han ideado teorías nuevas en la Matemática, en cambio han introducido en España ramas enteras del Análisis, que nos eran desconocidas, y conceptos geométricos que ignorábamos, en conferencias, libros y revistas.

Los materiales para la formación de nuestra historia de las Matemáticas, existen en abundancia y bastaría un poco de buen deseo y otro poco de afición a las investigaciones históricas a fin de poder reunir, en plazo no lejano, un número extraordinario de monografías y de estudios que serían suficientes para que un compilador de juicio sereno y desapasionado, formara la historia de las Matemáticas en el suelo español.

Las traducciones y publicaciones de Rico Sinobas, las investigaciones de Saavedra, las observaciones y trabajos del venerable maestro Codera y la labor de bibliógrafos, como Lafuente, Picatoste, Guillén Robles, etc., han aportado ya algunos datos al estudio de la ciencia árabe española; pero son tan contados los que como Saavedra han sido matemáticos a la vez que orientalistas, que para adquirir noticias de las obras que se deben a los árabes en general, y a los musulmanes españoles en particular, hay que acudir a los investigadores extranjeros, como Sedillot, Rosen, Libri, Marre, Woepcke, Steinschneider, Martin, Zeuthen, Nallino, Suter y Carra de Vaux.

Gracias a éstos hemos ido conociendo sucesivamente: el Álgebra de M. Abenmusa Aljuarizmi (1), la Geo-

(1) F. Rossen: *The algebra of M. b. Musa.* Londres, 1831.

metría de Alhacen (1), las tablas astronómicas de Olug-Beg (2), la Aritmética de Beha eddin el Aamulí (3), el Álgebra de Omar Aljayami (4), el Álgebra de Alcarjí (5), la Aritmética del español Alcalsadí (6), el Taljís de Benalbanná (hijo de un granadino) (7), traducciones árabes de Euclides y Apolonio (8), la Astronomía de Albatenio (9), etc. Quedan sin embargo, muchos manuscritos por traducir y muchos matemáticos árabes por estudiar, cuya noticia se conserva en obras bibliográficas, como la de Brockelmann (10), o en los catálogos de las bibliotecas del British Museum, de la Vaticana, de Leyden, París, Escorial, etc.

De los manuscritos árabes de esta última, hizo Casiri (11) un catálogo bastante extenso; algunos de ellos han sido ya traducidos por la circunstancia de encontrarse copias de los mismos en otras bibliotecas euro-

---

(1) Traducida por L. A. Sedillot, *Journal Asiatique*. París, 1834, pág. 435.

(2) Texto y traducción de L. A. Sedillot. París, 1839 (*Prolegómenos*, París, 1847; *Notas*, París, 1853).

(3) Edición Nesselmann, Berlín, 1843. Edición Marre, *Nouv. Ann. de Math. Terquem*, 1846.

(4) Traducción de Woepcke. París, 1851.

(5) Traducción de Woepcke. París, 1853.

(6) Traducción de Woepcke, *Atti de la R. Acad. di Nuovi Lincei*, 1859.

(7) Traducción de Marre, *Journal de Liouville*, 1865, pág. 117.

(8) Woepcke: *Memoires des divers savants*, tomo XIV. París, 1856.

(9) Nallino: *Al-battani sive Albatenii. Opus astronomicum*. Roma, 1899, 1903 y 1907.

(10) *Geschichte der Araber Litteratur*. Weimar, 1898.

(11) *Bibliotheca arabico-hispana escurialensis*. Madrid, 1760.

peas, pero de la mayoría sólo se conocen el título y el autor cuando más. De modo que la biblioteca del Escorial, con su centenar de manuscritos matemáticos, lo mismo que la Nacional de Madrid e igual que alguna otra biblioteca particular, son todavía un terreno sin explorar, cuyo laboreo podría aportar a la historia general de las Matemáticas el fruto más halagador para nuestra patria: el orgullo legítimo de reivindicar para España la gloria de aquellos de sus hijos que en los siglos medios ejercieron sobre la ciencia europea un influjo decisivo.

Para convertir en realidades estos anhelos, es preciso que todos los convencidos aportemos, cada cual en su terreno, los materiales necesarios, en forma de monografías, traducciones o estudios críticos. Entusiastas, como el que más, de la historia de la Matemática, y convencidos de la importancia de la hispano-musulmana, iniciamos nosotros con este modesto trabajo una labor de investigación que procuraremos continuar en la medida de nuestras fuerzas.

Algunos datos acerca del manuscrito, su autor y su época.—El compendio de Álgebra de Abenbéder se contiene en el manuscrito 936 de la biblioteca escurialense (fondo árabe), cuya descripción, por lo que toca a sus caracteres extrínsecos, puede reducirse a la breve nota siguiente: Es un manuscrito de cuarenta y seis folios en caracteres árabes de tipo español, probablemente granadino y con tinta negra el texto;

6

V. J. 6.

محمد رسول الله موسى كليم الله عيسى روح الله

محمد حبيب الله ابراهيم خليل الله

744

[redacted]

Abi Abdalla Mo-
hamad ben Homar Bazar. Algebra —
sine Æra, sed magne antiquitaty
Año de la Egira num. 6.
799. en el mes de Scheual a 11.

Primera página del manuscrito

encarnada los títulos de los capítulos; cada página cuenta 18 líneas. La fecha de la copia aparece en el folio 46, v. y es: día 11 del mes de *xagual* del año 744 de la Héjira.

La nota de Casiri, referente a este manuscito, en su *Bibliotheca Arabico-Escurialensis*, dice así:

"CMXXXI.

Codex literis cuphicis exaratus, quo continentur.

1. Tractatus tripartitus, exaratus die 11 Schevali, anno Egirae 744 Christi 1343 ubi de Logistica, Apologistica & Analogistica disseritur, hac inscriptione: Algebrae et Comparationum Epitome: Hujus auctor Abi Abdalla Mohamad ben Omar, vulgo Ben Badr Hispalensis, egregius quidem, sed incertae aetatis scriptor...„

El ya citado orientalista Suter, en su libro *Los matemáticos y astrónomos árabes y sus trabajos*, cita a Abuabdalá M. Benomar Abenbéder (1) y dice de éste que es sevillano y autor del Compendio de Álgebra que en el Escorial existe.

Esta afirmación de Casiri y de Suter acerca de la patria de Abenbéder, a quien hacen sevillano, fué, sin duda, el principal motivo que nos decidió a emprender el estudio de su compendio de Álgebra. Sinceramente debemos confesar, sin embargo, que no poseemos más

---

(1) Suter (Dr. Heinrich): *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke.* Leipzig, 1900, pág. 197.

datos que las noticias de Suter y Casiri, para suponer que Abenbéder fuese español. Ni en las historias árabes de las ciencias, ni en los diccionarios bio-bibliográficos de sabios españoles, africanos u orientales, que hemos consultado, hemos tenido la suerte de encontrar dato alguno que permita identificar al autor de nuestro manuscrito. Cuantas pesquisas hemos realizado con igual fin, cerca de especialistas y bibliógrafos extranjeros, han resultado estériles (1). Todo esto no obstante, la letra del manuscrito, toda ella española, así la del texto como la de las notas marginales que lo glosan, revela que, al menos, en nuestra patria fue muy utilizado como instrumento de aprendizaje matemático, y favorece, además, la sospecha de que español debió ser también su autor, aunque carezcamos hoy de datos que confirmen la aserción de Casiri y de Suter.

Respecto a la fecha del libro, tampoco podemos fijar datos exactos. El *explicit* de la copia sólo nos

---

(1) En España existió un geómetra llamado Abenbéder, más conocido por «el Euclides español». En el primer momento creímos que podrían ser una misma persona, pero esta sospecha hubo de ser desechada porque el nombre de «el Euclides español» es Abderrahman Benismail Abenbéder (عبد الرحمن بن اسمعيل بن بدر).

Cabría, sin embargo, suponer que nuestro Abenbéder fuese de su misma familia o que, sin serlo, hubiera tomado por sobrenombre el de aquel célebre geómetra.

Véase, respecto de este autor:

Casiri, I, 404.

El Quiftí, 225.

M. Asín: *Abenmasarra y su escuela*, 91.

Sáid, 855 y 857.

dice que el original no es posterior al año 1343 de la era cristiana, y el hecho de citar en el texto a Abucámil, es prueba de que Abenbéder fué contemporáneo o posterior a aquel matemático (1).

La materia contenida en el manuscrito, comparada con la de otros de Álgebra, tampoco permite determinar la fecha del original, porque el libro de Abenbéder tiene un carácter elemental, como ya lo indica el título mismo de la obra, calificada por su autor de compendio.

Una consideración de relativa importancia surge, sin embargo, al comparar el libro de Abenbéder con el Álgebra de Alcarjí, autor persa del siglo XI, traducida y publicada por Woepcke (2). Con esta traducción demuestra Woepcke que los árabes conocían el Álgebra indeterminada, que sus trabajos en análisis determinado, los basaban en los de Diofanto, y que añadieron al Álgebra de éste, procedimientos nuevos y problemas de grados más elevados; asegura también (3) que no se conocía ningún otro manuscrito árabe donde apareciesen problemas de análisis indeterminado. Ahora bien; nuestro manuscrito contiene problemas, aunque muy sencillos, de este género, y, por lo tanto, el tratado de Abenbéder, al confirmar la aserción de Woepcke, nos revela que su autor, puesto

(1) Véase, más adelante, la nota 2, pág. 57 de la traducción.

(2) *Extrait du Fakhrî.* París, 1853.

(3) Ibíd., págs. 3 y 72.

que conocía el Álgebra indeterminada, debió ser un matemático de los siglos XII o XIII (1).

Añadamos que, a guisa de apéndice, el manuscrito, objeto de nuestro estudio, contiene (folios 47, r., a 49, v.) una *archuza,* es decir, un poema didáctico en metro *rechez*, sobre Álgebra, cuyo autor (que no se

---

(1) Que el libro debió servir de texto, y que de él se hicieron copias diversas, lo prueba la siguiente nota que existe al fin del manuscrito:

TEXTO ÁRABE

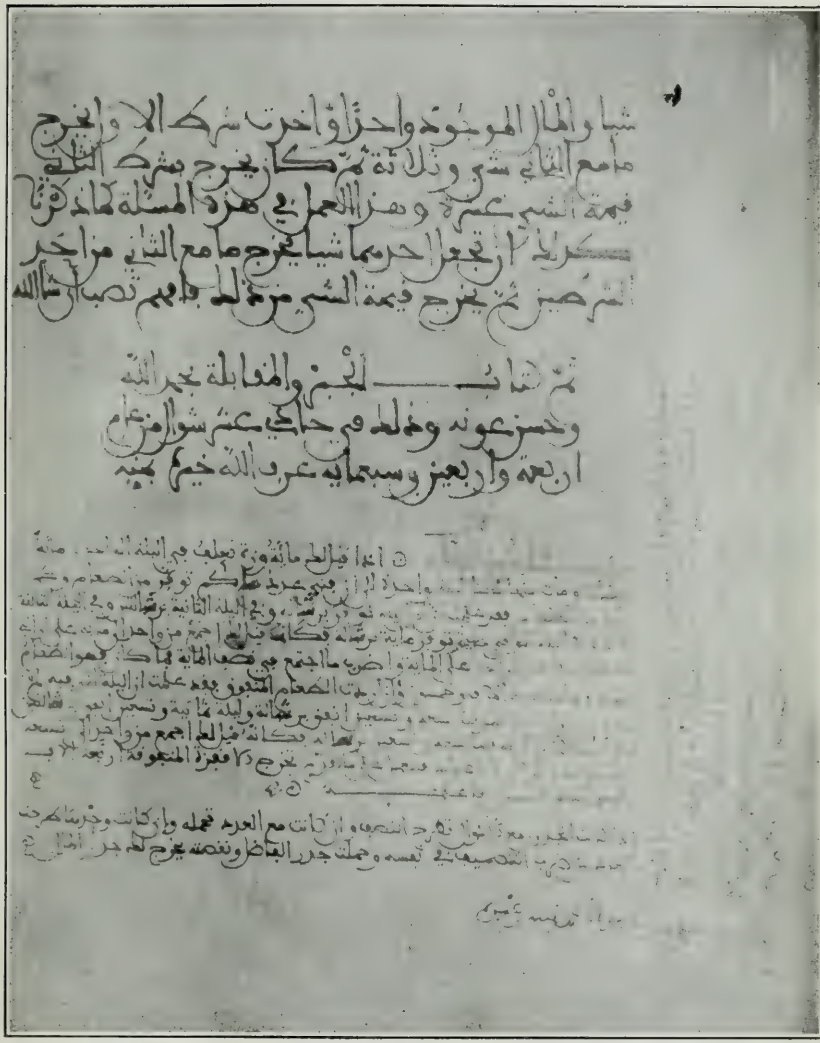
اتممت قراءة هذا الكتاب
بعد ان كنت فهمتة من غير
هذه النسخة واصلحت ما ظهر
لى فيها من الفساد بسبب
فساد النسخة المنقول منها
هذه وذلك فى الرابع لشوال
عام اربع وستين وسبعمائة (?)
قال ذلك وكتبه بخط يده
الفانية العبد المعترف بذنبه
الراجى مغفرة ربه (?) عبد
الصمد بن سعد بن عبد
الصمد (?) لطف الله تعالى به
وذلك بسجانه (sic) القصر من
داخل مدينة فاس ....
والحمد لله .... وصلى الله
على سيدنا ومولانا محمد نبيه
وعبده

TRADUCCIÓN

He terminado la lectura de este libro después de que lo había comprendido mediante otra copia y de haber corregido en ésta lo que para mí era evidente equivocación debida a corrupción de la copia de la cual se sacó ésta. Y esto [sucede] en el día cuatro de Xagual del año 764.

Dice esto y lo escribe con letra de su propia mano mortal el siervo [de Dios] que reconoce sus culpas y espera el perdón de su Señor Abdesamad Abensaad Benabdesamad (¡Dios, el Altísimo, le otorgue su gracia!) En el barrio de la *Sagena* (*) del Alcázar, dentro de la ciudad de Fez .... Alabado sea Dios .... Ruegue Dios por nuestro señor y dueño Mahoma, su profeta y siervo.

(*) Cfr. Fr. Manuel P. Castellanos, *Apostolado seráfico en Marruecos.* Madrid, 1896, pág. 302.



شيا والمال الموجود واحدا او اخرت شرك الاول يخرج
ما مع الثاني شي وثلاثة ثم كان يخرج شرك الثاني
قيمة الشي عشرة وهذا العمل في هذه المسألة كما ذكرنا
... ان تجعل احدهما شيا تخرج ما مع الثاني من اخر
الشرطين ثم تخرج قيمة الشي من ذلك فافهم تصب ان شا الله

تم كتاب الجبر والمقابلة بحمد الله
وحسن عونه وذلك في حادي عشر شوال من عام
اربعة واربعين وسبعماية عرف الله خيره بمنه

Última página del manuscrito.

consigna) se ha inspirado en las lecciones de un Mohámed Benalcásem (matemático para nosotros desconocido) y en el compendio de Abenbéder. Esta circunstancia confirma la difusión que el compendio debió tener, ya que se le utilizó como fuente de un poema didáctico.

Pero hay otro indicio más del valor que a su doctrina se le concedía, ya que consta que perteneció nuestro manuscrito a la biblioteca particular del Sultán de Marruecos. En efecto, en la portada del manuscrito, sobre el título, a la parte superior izquierda del folio, se lee en letra de tipo granadino:

لعبد الله احمد المنصور امير المومنين ابن الامامين الخليفتين اميرين المومنين

(Para el siervo de Dios Ahmed Almansur, príncipe de los creyentes, descendiente de dos príncipes, califas y sultanes.)

De esta nota se infiere que este manuscrito fué adquirido para la biblioteca particular del Sultán de Marruecos, Abulabás Ahmed Almansur, hijo de Mohámed, hijo de Alhasán, que ocupa el lugar quinto en la dinastía hasaní y reinó desde 986 (1578) a 1012 (1603) (1).

---

(1) En la misma portada existen otras anotaciones de menor importancia, que son las siguientes:

Bajo el título y en letra de otra mano:

لا اله الا الله محمد رسول الله موسى كليم الله عيسى روح الله محمد حبيب الله ابراهيم خليل الله

(No hay más que un solo Dios. Mahoma fué su enviado. Moisés, su

Para terminar, y por lo que pueda servir como contribución a la historia del origen y evolución de las cifras, haremos constar que el manuscrito lleva tres foliaciones distintas: la primera es de la misma época del manuscrito y hecha por su copista; la segunda, de fecha posterior, es muy interesante para el fin indicado, y la tercera, relativamente moderna (en ella se emplean los símbolos actuales), no tiene ningún interés. Esta tercera está equivocada porque al primer folio del libro le asignaron el número 2, pero a esta foliación nos referimos para que el lector pueda cotejar el manuscrito sin necesidad de hacer la reducción al folio expresado en caracteres literales.

La primera foliación está hecha con las letras del alfabeto árabe, asignando a éstas los valores numéricos que tradicionalmente consignan las gramáticas; debe observarse que la letra de las decenas se escribe a la derecha de la letra que representa las unidades.

---

interlocutor. Jesús, espíritu de Dios. Mahoma, amigo de Dios. Abraham, íntimo de Dios.)

Debajo y de otra mano:

منة من الله فى يد مالكه عبد الله سبحانه عبد الرحمن بن
محمد بن عبد الرحمن لطف الله به واصلح حاله

(Regalo de parte de Dios, en mano de su propietario el siervo de Dios –¡glorificado sea! –Abderrahman, hijo de Mohámed, hijo de Abderrahman. ¡Dios le sea propicio y le proteja!)

Debajo, en letra española del siglo XVIII:

Abi Abdalla Mohamad ben Homar Bazar. Algebra.– Sine Æra, sed magne antiquitatis.

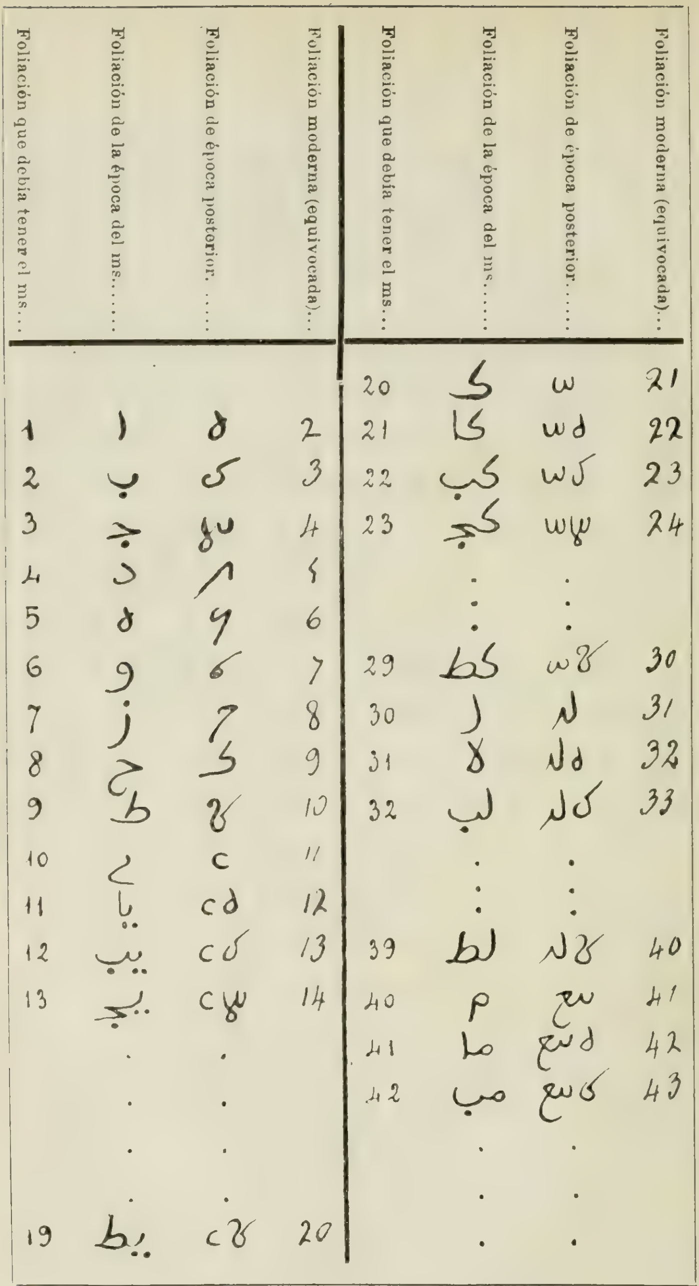
Debajo, de otra mano:

Año de la Egira 744, en el mes de Schewal.

La segunda foliación emplea signos especiales parecidos a los del manuscrito de Abenpascual (1), ya estudiados por Codera en la edición de la *Assila*, pero con algunas variantes. Para darlas a conocer, presentamos a continuación el facsímil de las tres distintas foliaciones. En él se observará que en la segunda foliación del manuscrito el signo de las decenas se escribe a la izquierda del signo de unidades, al contrario que en la primera foliación; pero en ambas los signos de decenas no son iguales a los de unidades, y, por lo tanto, no existe valor relativo en los signos de la numeración.

---

(1) *Aben-pascualis Assila*, edición Codera (*Bibliotheca arabico-hispana*, tomo II, prefacio, pág. x).



Facsímil de las foliaciones.

La edición.—Hemos procurado que fuese paleográfica, y las libertades que nos hemos tomado vienen a ser las mismas que se acostumbran a observar en esta clase de trabajos, es decir, que no se conservan aquellas grafías que son exclusivamente occidentales. Así, pues, hemos sustituído el ف por el ڢ, el ق por el ڧ, el ى final por el ا, hemos unificado la grafía de la voz جذر y hemos puesto siempre el ء en las palabras مسائل مسئلة اجزاء جزء اشياء شئت شيء

Entre corchetes hacemos la indicación de comienzo de folio, conservando la foliación numérica, de las tres que tiene el manuscrito, aunque ya hemos hecho observar que no se corresponde con las otras foliaciones.

En la edición intercalamos entre paréntesis la indicación del comienzo de los folios del manuscrito que hemos utilizado.

La traducción.—Hemos tendido a sujetarnos en lo posible a la letra del texto, pero modificando o ampliando su sentido estricto, cuando la versión literal resultase ininteligible. Sin embargo, cuando hemos creído necesario introducir algunas palabras, las incluímos entre paréntesis [ ]; y si entendemos que alguna palabra del texto árabe es superflua o no debía existir, la conservamos en la versión, pero encerrada en un paréntesis ( ).

De todos modos, la versión resulta oscura a menudo; por eso, hemos puesto siempre al pie de las páginas sobrias notas en las cuales reducimos a fórmulas matemáticas con notación moderna, las teorías y cálculos que el autor expone.

En la traducción señalamos entre paréntesis el comienzo de las páginas de la adjunta edición del texto árabe.

Resumen analítico del Álgebra de Abenbéder. El libro de Álgebra de Abenbéder aparece dividido en dos partes: la primera (folios 2, v. a 11, r.) comprende la parte teórica y la segunda (folios 11, r. al final) es una colección de problemas que constituye la parte práctica.

La parte teórica, como indica el autor en el folio 10, v., contiene 17 artículos así distribuídos:

I a VI.—Ecuaciones de primero y segundo grado.

VII a XII.—Operaciones con raíces.

XIII.—Multiplicación de potencias y regla de los signos.

XIII bis.—Problemas del artículo anterior.

XIV y XIV bis.—Suma y resta de potencias.

XV.—División de potencias.

XVI.—Regla de los signos (es la segunda parte del artículo XIII).

XVII.—*Chéber y almocábala.*

Parte teórica: Entiende Abenbéder que el objeto del Álgebra es la resolución de las ecuaciones, obteniendo el valor de una cantidad desconocida en función de los datos, y teniendo en cuenta las relaciones que existen entre los datos y la incógnita o incógnitas.

Refiere los cálculos algebraicos únicamente a los números, a las incógnitas, o raíces, y a los cuadrados de dichas incógnitas. Según esto, no considera Abenbéder más que las ecuaciones de primero y segundo grado, pues aunque alguna vez la interpretación del problema sea una ecuación de tercer grado, reduce ésta a una de segundo por entrar la incógnita en todos los términos; las ecuaciones bicuadradas las resuelve tomando el cuadrado de la incógnita como incógnita.

Expone el Álgebra en forma discursiva y hablada, sin el empleo de signos ni notaciones algebraicas, lo mismo que los tratados conocidos de autores de los siglos IX al XIV (1).

En la adición y sustracción de las cantidades algebraicas (folio 9, v.) hace observar que los términos que se han de sumar o restar, han de ser semejantes para que la operación pueda realizarse. Como ejemplos de sumas y restas que se pueden efectuar pone: $x + 4x = 5x$; $10x^3 + 10x^3 = 20x^3$; $10x - 6x = 4x$ y como ejemplos de operaciones que hay que dejar indicadas:

$$10x^3 + 10y^3;\ 10x - 6y.$$

Expone la regla de los signos de la multiplicación

(1) Woepcke descubrió la notación de los árabes de Occidente en la Aritmética de Alcalsadí, compuesta hacia la mitad o segunda mitad del siglo XV. De este tratado de Alcalsadí existe una copia, incompleta al final, en la Biblioteca Nacional de Madrid. (Ms. número CCCLXIV del Catálogo de Guillén Robles).

(folio 8, r.), pero no sabe interpretar los números negativos y por lo tanto desconoce su existencia.

La primera potencia de una cantidad es la misma cantidad; de modo que a la incógnita se la supone siempre con un exponente igual a la unidad. El cuadrado tiene por exponente, dos; el cubo, tres; la cuarta potencia o cuadrado-cuadrado, cuatro, etc. Las potencias de las cantidades no las enumera por sus respectivos números ordinales sino que las denomina:

incógnita, raíz o base,
cuadrado,
cubo,
cuadrado-cuadrado,
cuadrado-cubo,
cubo-cubo o cuadrado-cuadrado-cuadrado,
cuadrado-cuadrado-cubo,
cuadrado-cuadrado-cuadrado-cuadrado o cuadrado-cubo-cubo,
&...

Enuncia la regla de multiplicar potencias de la misma base, sumando los exponentes (folio 8, r.).

En forma de problemas da el desarrollo del cuadrado de un binomio y el producto de la suma de dos cantidades por su diferencia, resultando:

$$(10 + x)^2 = 100 + x^2 + 20\,x$$
$$(10 + x)\,(10 - x) = 100 - x^2$$

y propone el problema de multiplicar los dos polinomios

$$(10 + x - x^2 + x^3),\ (10 + x + x^2 + 3x^3)$$

cuyo producto no obtiene, pero indica que se llega a él fácilmente *con sólo guardar el orden de los números.*

Estudia la división de monomios, en cuya práctica divide los coeficientes y resta los exponentes.

No menciona la potenciación de cantidades algebraicas, y sin embargo dedica un capítulo a las raíces cuadradas de dichas cantidades y al cálculo de radicales. En este cálculo, sólo considera raíces cuadradas.

La regla para multiplicar o dividir una raíz por un número, consiste en elevar al cuadrado el número, y extraer la raíz del producto o del cociente de la cantidad subradical por el cuadrado obtenido.

La adición y sustracción de raíces está contenida en dos capítulos, y su estudio es análogo al de otros autores árabes (1).

Suele decirse actualmente en los libros elementales de Álgebra que estas operaciones se realizan sólo cuando los radicales son semejantes, y se dejan indicadas en el caso contrario. Esto no obstante, se explica fácilmente que los árabes estudien la suma y la resta de las raíces, principalmente, porque como obtienen las raíces de modo aproximado, sustituyen las raíces por números que se aproximan a aquéllas con una aproximación suficiente para las aplicacio-

---

(1) Véase, por ejemplo, *Alcarji*, edición Woepcke, folio 16 v.

nes prácticas de la época. Abenbéder efectúa la suma y la resta de raíces en general, de un modo sencillo, que consiste en desarrollar el cuadrado de la suma o la resta y extraer después su raíz; así presenta entre otros ejemplos los siguientes:

$$\sqrt{9}+\sqrt{4}=\sqrt{(\sqrt{9}+\sqrt{4})^2}=\sqrt{25};$$

$$2\sqrt{20}+2\sqrt{5}=\sqrt{80+20+2\sqrt{80\times 20}}=\sqrt{180};$$

$$\sqrt{20}-\sqrt{5}=\sqrt{25-2\sqrt{100}}=\sqrt{5};$$

$$2\sqrt{20}-2\sqrt{5}=\sqrt{80}-\sqrt{20}=\sqrt{20}.$$

Se ve en estos últimos ejemplos que escoge los números de tal modo, que si los datos de la operación son, v. gr., M, N, la cantidad $\sqrt{MN}$ es un cuadrado perfecto; pero si en la práctica MN fuera un número *sordo*, se sustituiría por su valor aproximado, efectuando así la adición y sustracción de raíces cuadradas cualesquiera.

En la multiplicación de raíces cuadradas presenta como ejemplos:

$$\sqrt{10}\times\sqrt{5}=\sqrt{50};$$

$$3\sqrt{5}\times 2\sqrt{10}=\sqrt{45}\times\sqrt{40}=\sqrt{1800};$$

$$\sqrt{5}\times 4=\sqrt{5}\times\sqrt{16}=\sqrt{80}.$$

Estos ejemplos nos permiten inferir que Abenbéder conoce la necesidad de reducir los radicales al mismo índice para multiplicar después los radicandos.

Otro tanto puede decirse de la división, en la cual divide los radicandos cuando dividendo y divisor son raices cuadradas; pero si uno de ellos es un número, lo expresa previamente en forma de raíz cuadrada; así por ejemplo:

$$10 : \sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{100} : \sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{66\frac{2}{3}};$$

$$2\sqrt{20} : \frac{1}{2}\sqrt{10} = \sqrt{80} : \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{32}.$$

Tanto en la multiplicación como en la división puede observarse que, si los radicales están multiplicados por un factor numérico, el autor lo introduce debajo del radical antes de realizar la operación.

Aunque la voz *Álgebra* se deriva únicamente de *alchéber*, es costumbre ver designados los libros árabes de Álgebra con el título de *Libro de chéber y almocábala*. Estos dos nombres árabes designan las dos operaciones necesarias para la resolución de ecuaciones. La operación de *chéber* (folio 10, v.) equivale a la transposición de términos, y la operación de *almocábala* es la reducción de términos semejantes (folio 10, v.). *Chéber*, según el autor (folio 23, v.), es también multiplicar o dividir una cantidad algebraica por el número necesario para que su coeficiente sea la unidad. Por esto emplea (folio 25, r.) el sinónimo *completar*. Hacer o aplicar la operación de *almocábala* es, además (folios 29, v. y 41, r.), igualar una cantidad a otra y verificar las operaciones necesarias para sacar el valor de la incógnita. Por lo tanto, aplicar el *chéber* y el *almocábala*, es resolver la ecuación.

Chéber es a veces, por antonomasía, todo el *arte* del Álgebra (1).

En el estudio que hace Abenbéder de las ecuaciones no aparecen éstas clasificadas por grados, puesto que el orden en que las presenta es el siguiente:

Cuestión 1.ª $ax^2 = bx$.
" 2.ª $ax^2 = c$.
" 3.ª $bx = c$.
" 4.ª $ax^2 + bx = c$.
" 5.ª $ax^2 + c = bx$.
" 6.ª $ax^2 = bx + c$.

La ecuacion que hemos llamado *primera*, acostumbra a resolverla dividiendo los dos términos de la ecuación por x. Estudia, por consiguiente, la ecuación de primer grado en las cuestiones 1.ª y 3.ª; para resolver dicha ecuación da la regla de dividir el coeficiente del término de menor grado por el término de grado mayor. Así resuelve:

Folio 2, v. $x^2 = 10\,x;\ x = 10;\ x^2 = 100.$
" 3, r. $\frac{x^2}{2} = 10\,x;\ x = 20;\ x^2 = 400.$
" 3, r. $x^2 + \frac{1}{2}x^2 = 9\,x;\quad x = 6;\quad x^2 = 36.$
" 11, v. $5\,x^2 = 40\,x;\ x = 8.$
" 3, v. $3\,x = 45;\quad x = 15;\ x^2 = 225.$

(1) Véanse las páginas 23 (nota 3) y 24 (nota) de la traducción, en las cuales ampliamos algunos detalles referentes a la interpretación dada por varios matemáticos, de las voces *chéber* y *almocábala*.

Folio 3, v. $\frac{1}{2}x = 10$; $x = 20$; $x^2 = 400$ (1).

Folio 12, r. $5x = 10$; $x = 2$.

La ecuación de segundo grado, que hoy expresamos bajo la forma $ax^2 + bx + c = 0$, no la tiene en cuenta, porque sus raíces son negativas y ya hemos dicho que el autor no sabe interpretar esta clase de números.

La ecuación de la forma $ax^2 + bx = c$ es la llamada cuestión 4.ª

La ecuación de la forma $ax^2 + c = bx$ es la llamada cuestión 5.ª y Abendéber tiene presente los dos valores o raíces de la ecuación.

La ecuación de la forma $bx + c = ax^2$ es la llamada cuestión 6.ª

Las ecuaciones incompletas que estudia son:

$ax^2 - bx = 0$; $ax^2 = bx$ (cuestión 1.ª)

$ax^2 - c = 0$; $ax^2 = c$ (cuestión 2.ª)

$bx - c = 0$; $bx = c$ (cuestión 3.ª)

pero no indica las ecuaciones

$ax^2 + bx = 0$; $ax^2 + c = 0$; $ax^2 = 0$; $bx + c = 0$

porque sus soluciones son cero o negativas.

La ecuación $ax^2 = c$ la resuelve por la fórmula $x = \sqrt{\frac{c}{a}}$. En uno de los ejemplos que pone, resulta la ecuación $x^2 = 40$, y dice Abendéber: "Como 40 es

---

(1) Obsérvese que aunque se trata de ecuaciones de primer grado, no prescinde nunca de señalar el valor del cuadrado de la raíz.

número sordo, la raíz es $6 + \frac{1}{3}$ aproximadamente„ (1).

La primera ecuación completa de segundo grado estudiada por Abenbéder en su libro, es la ecuación

$$ax^2 + bx - c = 0,$$

bajo la forma

$$ax^2 + bx = c.$$

Para resolver esta ecuación, comienza por prepararla para que quede de la forma

$$x^2 + px = q,$$

si el coeficiente del término de segundo grado es distinto de la unidad. Así vemos (folio 4, r.) que las ecuaciones

$$2\,x^2 + 20\,x = 78 \;\text{ y }\; \frac{1}{2}\,x^2 + 5\,x = 19\,\frac{1}{2}\,.$$

las convierte en la

$$x^2 + 10\,x = 39$$

la cual está resuelta en el folio citado 4, r.

Una vez puesta la ecuación en esta forma, la resuelve aplicando la fórmula

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}\,.$$

---

(1) La denominación de números sordos a los que no son cuadrados perfectos, va cayendo ya en la actualidad en desuso, pero se ha conservado hasta hace pocos años, como término técnico de uso corriente; por esto resulta interesante ver una denominación tan especial entre los árabes y ver cómo ha pasado a nosotros por medio de una traducción literal de la palabra *aṣam* = *sordo*.

Véase más adelante, pág. 5, nota 4.

De esta manera obtiene:

(folio 4, r.) $x = 3$ de la ecuación $x^2 + 10\,x = 39$.

(folio 12, v.) $x = 6$ de la ecuación $x^2 + 9\,x = 90$.

Estudia después la ecuación de segundo grado de la forma

$$ax^2 + c = bx$$

transformándola, para resolverla, en la

$$x^2 + q = px$$

y aplica la fórmula

$$x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

para hallar los valores de la incógnita.

Por este medio encuentra para la ecuación

$$x^2 + 21 = 10\,x$$

los valores

$$x_1 = 7 \quad \text{y} \quad x_2 = 3.$$

Pero no sólo explica Abenbéder esta doble solución, sino que además en el caso presente (folio 4, v.) hace una discusión bastante completa de la ecuación de segundo grado.

Finalmente, expone (folio 5, r.) la ecuación de la forma

$$ax^2 = bx + c$$

que reduce a la forma

$$x^2 = px + q$$

para aplicar después la fórmula

$$x = \frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}.$$

De este modo resuelve las ecuaciones siguientes:
(folio 5, r.) $3x + 4 = x^2$; $x = 4$
(folio 13, v.) $x^4 = 4x^2 + 12$; $y^2 = 4y + 12$; $y = 6$.

En resumen, las únicas ecuaciones de segundo grado contenidas en este libro son:

$ax^2 + bx = c$ (cuestión 4.ª); $x^2 + px = q$
$ax^2 + c = bx$ (cuestión 5.ª); $x^2 + q = px$
$ax^2 = bx + c$ (cuestión 6.ª); $x^2 = px + q$

que corresponden a las

$$x^2 + px - q = 0$$
$$x^2 - px + q = 0$$
$$x^2 - px - q = 0.$$

Si a éstas aplicamos la fórmula, conocida hoy, que da el valor de las raíces, es decir:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

podremos observar que en la primera ecuación (cuestión 4.ª) resulta un valor siempre positivo y otro valor siempre negativo; Abenbéder, como hemos dicho, no tiene en cuenta más que el signo positivo del radical. En la segunda ecuación (cuestión 5.ª) la fórmula

$$x = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

puede dar dos raíces positivas; el autor tiene en cuenta el doble signo; pero advirtiendo (folio 4, v.) que

si $\frac{p^2}{4} > q$ el problema es posible, obteniéndose una solución si $\frac{p}{2}$ es menor que $\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ y dos soluciones si $\frac{p}{2}$ es igual o mayor que $\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$;

si $\frac{p^2}{4} = q$ existe siempre la solución $x = \frac{p}{2}$;

y si $\frac{p^2}{4} < q$ el problema es imposible (1).

En esta discusión presenta, pues, Abenbéder, las soluciones positivas de la ecuación de segundo grado, ignorando la existencia de las raíces imaginarias y considerando imposible el problema cuando tiene soluciones negativas.

Por último, en la tercera ecuación (cuestión 6.ª), los valores de x son uno positivo y otro negativo, por lo cual sólo considera el signo *más* para encontrar la única solución positiva de la ecuación.

Con esto termina la parte teórica del libro objeto del presente estudio.

Algunos tratados árabes de Álgebra (2), exponen en la parte teórica algunas propiedades de las progresiones y de algunas series particulares. Abenbéder, a pesar de no incluír en esta parte el estudio de las progresiones, da al final una colección de problemas cuya resolución supone un conocimiento bastante completo de la teoría de progresiones aritméticas, puesto que aplica las fórmulas que relacionan el pri-

(1) Véase más adelante, pág. 10, nota 1.

(2) Véanse, por ejemplo, los de Omar Aljayami y Alcarjí, traducidos por Woepcke.

mer término, el último, la razón, el número de términos y la suma de éstos.

Tampoco en la parte teórica existe ningún capítulo que haga sospechar que Abenbéder se proponga resolver el problema de los móviles ni problemas indeterminados. El problema de los móviles, lo plantea y resuelve aplicándole exclusivamente a algunos casos particulares sin la generalización con que se plantea actualmente. Y los problemas indeterminados que presenta son, desde luego, muy sencillos, porque dan lugar a una ecuación con dos incógnitas o a dos ecuaciones con tres incógnitas.

PARTE PRÁCTICA: Como ya hemos dicho, la segunda parte del compendio de Álgebra de Abenbéder está formada por una colección de problemas que son los que exponemos a continuación:

PROBLEMAS (1)

Folio 11, r.: $x^2 = 4x(10 - x)$; $5x^2 = 40x$

$$x = 8.$$

F.º 11, v. $16x^2 = 100$

$$x = 2\frac{1}{2}.$$

(1) Puesto que nuestro objeto en este estudio preliminar es dar a conocer al lector la materia contenida en el manuscrito, nos limitaremos aquí a exponer en general las ecuaciones a que dan lugar los problemas y las soluciones dadas por el autor. En las notas al pie de la traducción del manuscrito hemos insertado las observaciones que sugiere la resolución de los problemas.

F.º 12, r. $$\frac{10 - x}{x} = 4; \; 5x = 10$$

$$x = 2.$$

F.º 12, v. $$x^2 = (10 - x)\,9; \; x^2 + 9x = 90$$

$$x = 6.$$

F.º 13, r. $$x(10 - x) = 21; \; x^2 + 21 = 10x$$

$$x_1 = 7 \qquad x_2 = 3.$$

F.º 13, r. $$(x^2 + 3)\,4 = x^2 \,.\, x^2; \; 4x^2 + 12 = (x^2)^2$$

$$x^2 = 6.$$

F.º 13, v. $$x^2 + (10 - x)^2 = 82; \; x^2 + 9 = 10x$$

$$x = 1.$$

F.º 14, r. $$(10 - x)^2 - x^2 = 80; \; 20x = 20$$

$$x = 1.$$

F.º 14, v. $$x^2 + (10 - x)^2 + (10 - 2x) = 62;$$

$$x^2 + 24 = 11x \quad \left(\text{condición} \;\; x < \frac{10}{2}\right)$$

$$x = 3.$$

F.º 15, r. $$x^2 + (10 - x)^2 + (2x - 10) = 62;$$

$$x^2 + 14 = 9x \quad \left(\text{condición} \;\; x > \frac{10}{2}\right)$$

$$x = 7.$$

F.º 15, v. $$\frac{x^2 + (10 - x)^2}{(10 - x) - x} = 26; \; x^2 + 16x = 80$$

$$x = 4.$$

F.º 16, r. $$\frac{x(10 - x)}{(10 - x) - x} = 5 + \frac{1}{4};$$

$$x^2 + 52 + \frac{1}{2} = \left(20 + \frac{1}{2}\right) x$$

$$x = 3.$$

F.° 16, v. $\dfrac{x(10-x)}{x-(10-x)}=5+\dfrac{1}{4}$; $x^2+\dfrac{1}{2}x=52+\dfrac{1}{2}$

$$x=7.$$

F.° 16, v. $\dfrac{x}{10-x}+\dfrac{10-x}{x}=2+\dfrac{1}{6}$; $x^2+24=10x$

$$x=6.$$

F.° 17, v. $\dfrac{10-x}{x}-\dfrac{x}{10-x}=\dfrac{5}{6}$; $x^2+120=34x$

$$x=4.$$

F.° 18, r. $\dfrac{5x}{10-x}:2=10$; $25x=200$

$$x=8.$$

F.° 18, v. $\left(\dfrac{5x}{10-x}:2\right)+5x=50$;

$$x^2+100=\left(20+\frac{1}{2}\right)x$$

$$x=8.$$

F.° 19, v. $(x+1)(x+2)=30$; $x^2+3x=28$

$$x=4;\ x^2=16.$$

F.° 20, r. $(x+2)(x-1)=18$; $x^2+x=20$

$$x=4;\ x^2=16.$$

F.° 20, v. $(x-2)(x-1)=6$; $x^2=3x+4$

$$x=4;\ x^2=16.$$

F.° 21, r. $\dfrac{x^2}{3}\cdot\dfrac{x^2}{4}=x^2+24$; $x^2=y$; $y^2=12y+288$

$$y=x^2=24.$$

F.° 21, v. $\left(\dfrac{x^2}{3}+1\right)\left(\dfrac{x^2}{4}+1\right)=20$; $x^2=y$; $y^2+7y=228$

$$y=x^2=12.$$

F.° 21, v. $x^2 \cdot \dfrac{x^2}{3} = 4\,x^2;\ \ x^2 = y;\ \ y^2 = 12\,y$

$$y = x^2 = 12.$$

F.° 22, r. $x^2 \left(\dfrac{x^2}{3} + 1\right) = 5\,x^2;\ x^2 = y;\ y^2 = 12\,y$

$$y = x^2 = 12.$$

F.° 22, v. $x^2 \dfrac{x^2}{3} = 2\,x^2 + 24;\ x^2 = y;\ y^2 = 6\,y + 72$

$$y = x^2 = 12.$$

F.° 22, v. $\left[x^2 - \left(\dfrac{x^2}{3} + 3\right)\right]^2 = x^2;\ \ x^2 = y;$

$$y^2 + 20 + \frac{1}{4} = \left(11 + \frac{1}{4}\right) y$$

$$y = x^2 = 9.$$

F.° 23, r. $\left(x^2 - \dfrac{x^2}{3} - \dfrac{x^2}{4} - 4\right)^2 = x^2 + 12;\ \ x^2 = y;$

$$y^2 + 23 + \frac{1}{25} = \left(24 + \frac{24}{25}\right) y$$

$$y = x^2 = 24.$$

Este problema lo resuelve además por el procedimiento que sigue el autor árabe Abucámil, dando lugar a la ecuación

$$y^2 = \frac{12}{5}\,y + \frac{108}{5}$$

$$y = x^2 = 24.$$

F.° 24, v. $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{5} \cdot x^2 = \dfrac{1}{7}\,x;\ \ x^2 = \left(1 + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{7}\right) x$

$$x = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7};\ \ x^2 = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7}$$

F.° 25, r. $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot x^2 = \frac{4}{5} x;\ x^2 = \left(5 + \frac{1}{3}\right) x$

$$x = 5 + \frac{1}{3};\ x^2 = 28 + \frac{4}{9}.$$

F.° 25, r. $x^2 \,.\, x = 3\, x^2$

$$x = 3;\ \ x^2 = 9.$$

F.° 25, v. $\left(x^2 - \frac{x^2}{3}\right) 3\, x = x^2;\ 2\, x^3 = x^2;\ 2\, x = 1$

$$x = \frac{1}{2};\ x^2 = \frac{1}{4}.$$

F.° 26, r. $\frac{x^2 - 4\, x}{3} = 4\, x;\ \ x^2 = 16\, x$

$$x = 16;\ x^2 = 256.$$

F.° 26, v. $\left[x^2 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{4}\right]^2 = x^2;\ x^2 = y;\ y^2 = \left(2 + \frac{2}{5}\right) y$

$$y = x^2 = 5 + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}.$$

F.° 27, r. $\frac{x}{x + 10} = \frac{3}{4};\ x = 30.$

F.° 27, v. $\frac{100}{20 + x} = \frac{x}{3};\ x^2 + 20\, x = 300$

$$x = 10.$$

F.° 28, r. $\left(x + \frac{x}{4}\right)(x + 3) = 50;\ x^2 + 3\, x = 40$

$$x = 5.$$

(Los cuatro problemas siguientes son indeterminados.).

F.° 29, r. $x^2 + 5 = y^2$

Para $y = x + 1$ resulta $x = 2;$

para $y = x + 2$ resulta $x = \frac{1}{4}.$

F.º 29, v. $$x^2 - 10 = y^2.$$

Para $y = x - 1$ resulta $x = 5 + \frac{1}{2}$;

para $y = x - 2$ resulta $x = 3 + \frac{1}{2}$.

F.º 30, r. $$x^2 + 3x = y^2.$$

Para $y = x + 1$ resulta $x = 1$;

para $y = x + \frac{1}{2}$ resulta $x = \frac{1}{8}$.

F.º 30, v. $$x^2 - 6x = y^2.$$

Para $y = x - 4$ resulta $x = 8$.

F.º 31, r. $$x^2 + \frac{x^2}{3} + 1 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{9} - \frac{1}{3} - 1 = 0;$$

$$x^2 = y;\ y = \frac{3}{8}.$$

F.º 31, v. $$x^2 - x = \frac{3}{4};\ x = 1 + \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 2 + \frac{1}{4};\ x^4 = 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}.$$

F.º 32, r. $$8x - 11 = 20;\ x = 3 + \frac{7}{8}.$$

F.º 32, v. $$8x - 11 = 0;\ x = 1 + \frac{3}{8}.$$

F.º 32, v. $$x - 34 = 80;\ x = 114.$$

F.º 33, r. $$x + 3x + 12x = 16x = 80;\ x = 5.$$

F.º 33, v. $$x + (4x + 1) + (12x + 6) = 17x + 7 = 58;$$

$$x = 3.$$

F.º 33, v. $$x^2 + x + 3x = 32;\ x = 4;\ x^2 = 16.$$

F.º 34, r. $$x^2 + (x + 1) + (3x + 7) = 40;\ x^2 + 4x = 32$$

$$x = 4;\ x^2 = 16.$$

F.º 34, v. $$20 + 3x = 44;\ x = 8.$$

F.º 35, r. $$3x + \frac{x}{3} + \frac{36}{x} = 10 + 12 + 4;$$

$$x^2 + 10 + \frac{4}{5} = \left(7 + \frac{4}{5}\right)x$$

$$x_1 = 6;\ x_2 = 1 + \frac{4}{5}.$$

En este problema, x_2 es la solución extraña introducida al multiplicar por la incógnita.

F.º 36, v. $xy + 10z - xz = (y - z) + 2x - 10.$

Para resolver esta ecuación indeterminada supone el autor:

$$x = 6,\ z = \frac{y}{2} \text{ y resulta } x = 6,\ y = \frac{1}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5},\ z = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}.$$

F.º 37, r. $$\left(3 + \frac{1}{2}\right)x + \left(1 + \frac{1}{2}\right)y = 50.$$

El autor da los siguientes valores:

x....	1	4	7	10	13
y....	31	24	17	10	3

El primer par de valores lo obtiene haciendo $x = 1$ y da por supuesto que lo general es que salga para y un número entero; pero no indica cómo pueden hallarse con seguridad las otras parejas de valores.

F.º 38, v. El primer término de una progresión aritmética es 2, la razón es 3 y la suma de los términos es 126. Se trata de hallar el número de términos.

$$x^2 + \frac{1}{3}x = 84;\ x = 9.$$

F.º 39, r. El primer término de una progresión aritmética es 2, la razón es 3, se trata de hallar el valor del término 10.° y la suma de los diez términos primeros.

$$t_{10} = 29 \quad S = 155.$$

F.° 39, v. El último término de una progresión aritmética es 21, la razón es 2 y la suma de los términos es 120. Se trata de hallar el valor del primer término y el número de términos.

$t_1 = 3$ $n = 10$ (Véase en el texto la nota correspondiente a este problema.)

F.° 40, r. El primer término de una progresión aritmética es 1, la razón es 1 y la suma de los términos es diez veces el número de términos. Se trata de hallar el número de términos.

$$x = 19.$$

F.° 40, r. El primer término de una progresión aritmética es 1, la razón es 1 y la suma de los n términos es $n \times \frac{2}{3} n$. Se trata de hallar el número de términos y su suma.

$$n = 3 \quad S = 6.$$

F.° 40, v. Un correo sale de un pueblo con la orden de caminar cada día 20 parasangas y viaja cinco días; después se envía tras de él otro correo con la orden de caminar cada día 30 parasangas. ¿En cuántos días lo alcanzará?

$$x = 10.$$

F.° 41, r. Un correo sale de una ciudad con la orden de recorrer cada día una parasanga y aumentar una más cada día; camina durante ochenta y cuatro días; después se envía tras de él otro correo con la orden de que recorra cada día una parasanga y aumente dos parasangas más por día. ¿En cuántos días lo alcanzará?

$$x = 204.$$

F.º 42, r. Dos correos salen de una misma población, en un mismo momento, con la orden, uno de ellos, de que recorra cada día 20 parasangas y el segundo que recorra cada día una parasanga y aumente una parasanga por día. ¿En cuántos días lo alcanzará?

$$x = 39.$$

F.º 42, v. $\quad x + 9 = 2\,(x - 9);\ \ x = 27.$

F.º 43, r. $\quad x + 12 = 2\,x - 12;\ \ x = 24.$

F.º 43, v. $\quad y + \dfrac{x}{4} = x + \dfrac{y}{3};\ y = x + \dfrac{x}{8}.$

Para $x = 8$ resulta $y = 9$;

para $y = n$ resulta $x = \dfrac{8}{9}\,n$.

F.º 44, v.

$$\left.\begin{aligned} y + z &= 4\,x \\ x + z &= 7\,y \end{aligned}\right\}$$

Este sistema indeterminado lo resuelve el autor suponiendo $z = 3$ y así resulta $x = \dfrac{8}{9}$, $y = \dfrac{5}{9}$.

F.º 45, v.

$$\left.\begin{aligned} y + 1 + z &= x \\ x + 1 + 4 + z &= 3\,(y - 4) \end{aligned}\right\}$$

Este sistema lo resuelve el autor suponiendo $z = 1$ y resulta $x = 12$, $y = 10$.

No daremos por terminado este prólogo sin antes hacer constar que el estudio que hemos hecho del COMPENDIO DE ÁLGEBRA DE ABENBÉDER es el fruto de las investigaciones realizadas en el Centro de Estudios Históricos bajo la dirección de los profesores don Julián Ribera y D. Miguel Asín, sin cuyo auxilio, el trabajo que hoy presentamos nos hubiera sido mucho más enojoso y hubiera resultado más incompleto. Por esta razón expresamos aquí el reconocimiento y la gratitud a tan queridos maestros.

ERRATAS DE LA TRADUCCIÓN

Pág.	Línea.	Dice.	Debe decir.
17	2 de la nota (3)	$\sqrt{80 + 20 \quad 80}$	$\sqrt{80 + 20 - 80}$
18	4 de la nota (1)	de los factores	de los grados de los factores
24	1	el signo	[el signo]
28	2	mismo; [te resultará]	mismo; será ciento; después multiplica el dos y medio, que es una parte, por sí mismo; [te resultará]
39	nota (2)	$\frac{10\,x - x^2}{10 - 2\,x}$	$10\,x - x^2$ $2\,x - 10$
40	9	más	y
42	3 de la nota (2)	$100 \quad 20\,x$	$100 - 20\,x$
45	2 de la nota (1)	$10\,x^2 \quad 200\,x$	$10\,x^2 - 200\,x$
47	1 de la nota (2)	$(x + 1)$	$(x - 1)$
59	2	te te	se te
78	2 de la nota	$x \quad \sqrt{\quad\quad}$	$x = \sqrt{\quad\quad}$
89	15	Este el precio	Este es el precio
112	14	ocho incógnitas	ocho (*) incógnitas

(*) [Nota al pie.] El manuscrito, por error, dice *ocho*, léase *tres*.

TRADUCCIÓN

Libro que contiene el compendio de *alchéber y almocábala* compuesto por el maestro Abuabdalá Mohamed Benomar Abenmohamed conocido por Abenbéder. ¡Dios esté satisfecho de él, lo colme de satisfacción y lo perdone!

En el nombre de Dios misericordioso y compasivo. Ruegue Dios sobre nuestro Señor Mahoma y sobre su familia.

Has de saber que el *chéber* gira alrededor de tres cosas que son: cuadrados, números y raíces. La raíz es aquello que al multiplicarlo por sí mismo [produce el cuadrado], sea la unidad, o sea algo inferior a ella, es decir, las fracciones, o sea algo superior a ella, es decir, los números. El cuadrado es el resultado de multiplicar la raíz por sí misma El número es lo aislado, el cual no se relaciona con la raíz ni [con] el cuadrado.

De estas tres clases de [cantidades], cuadrados, números y raíces, cabe que cada una de ellas sea igual a cada una de las otras dos y resultan tres cuestiones; pero también cabe que cada dos de las tres sean iguales a la tercera, y entonces resultan tres cuestiones también. Total, seis cuestiones (1).

---

(1) Las seis cuestiones a que se refiere este párrafo son las ecuaciones siguientes:

$$ax^2 = bx \qquad ax^2 = c \qquad bx = c$$
$$ax^2 + bx = c \qquad ax^2 + c = bx \qquad ax^2 = bx + c$$

[Pág. 6] CUESTIÓN PRIMERA: LOS CUADRADOS IGUAL A LAS RAÍCES

Es como si se te dijera: *un cuadrado es igual a diez raíces suyas. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que dividas el diez de las raíces por el número de los cuadrados, y lo que resulte es la raíz del cuadrado; el cuadrado es el producto de aquella raíz por sí misma. El resultado en esta cuestión es: la raíz, diez; el cuadrado, ciento, que es igual a diez raíces suyas, como se ha propuesto (1).

Si se dice: *la mitad de un cuadrado es igual a diez raíces. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que dividas el diez por la mitad, te resultará veinte; este veinte es la raíz del cuadrado, y el cuadrado es lo que resulta de multiplicar aquella raíz por sí misma, que es cuatrocientos.

Medio cuadrado es igual a diez raíces del cuadrado entero, como se ha propuesto (2).

Y si se dice: *un cuadrado y la mitad del cuadrado es igual a nueve raíces suyas. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que dividas el número

---

(1) En cada problema resuelto pondremos, desde ahora en adelante, el planteo, la resolución y la prueba, sirviéndonos de los símbolos actuales, pero siguiendo escrupulosamente la marcha del autor. Con esto queremos conseguir dos objetos: 1.º Que el lector pueda seguir la marcha del libro sin más que leer las notas. 2.º Que se fije la atención en la marcha de las operaciones que es a veces muy curiosa. Así pues, $x^2 = 10\,x$; $x = 10$, $x^2 = 100$; $100 = 10\,x$.

(2) $\frac{x^2}{2} = 10\,x$; $10 : \frac{1}{2} = 20$; $x = 20$; $x^2 = 400$; $\frac{400}{2} = 10.\,20$.

de las raíces por el número de los cuadrados; resultan seis y eso es la raíz; y el cuadrado treinta y seis.

Cuando lo sumas con su mitad, tienes la suma cincuenta y cuatro, que son nueve raíces del cuadrado, como se propuso (1).

CUESTIÓN SEGUNDA: LOS CUADRADOS IGUAL A LOS NÚMEROS

Como si se te dice: *un cuadrado es igual a dieciséis unidades. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que dividas el dieciséis por el número de los cuadrados y lo que resulta es el cuadrado, que es dieciséis. La raíz es cuatro (2).

Y si se dice: *la mitad* [pág. 7] *de un cuadrado es igual a veinte unidades. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

Divide el veinte por el medio, te resultará cuarenta, que es el cuadrado; la raíz es seis y un tercio aproximadamente (3) porque el cuarenta es un número sordo (4).

---

(1) $x^2 + \frac{1}{2} x^2 = 9x$; $\frac{3}{2} x^2 = 9x$; $9 : \frac{3}{2} = 6 = x$; $x^2 = 36$

$$x^2 + \frac{x^2}{2} = 54;\ 9 \times 6 = 54.$$

(2) $x^2 = 16$ $\quad x = 4$.

(3) $\frac{x^2}{2} = 20$ $\quad x^2 = 40$ $\quad x = 6 + \frac{1}{3}$.

(4) عدد اصم *(ádad asam)* es, literalmente, *número sordo*, como ya hemos dicho. Esta denominación ha sido de uso muy corriente en España para los números que no tienen raíz exacta. Algunos matemáticos árabes, como Benalbanná, designaban con el nombre de *partes sordas* a los quebrados que no se pueden enunciar

CUESTIÓN TERCERA: LAS RAÍCES IGUAL A LOS NÚMEROS

Como si se te dice: *una raíz de un cuadrado es igual a veinte unidades. ¿Cuánto es la raiz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que dividas el número de las unidades por el número de las raíces y lo que resulte es la raíz, que es veinte en este problema, y el cuadrado es cuatrocientos (1).

Si se dice: *tres raíces es igual a cuarenta y cinco unidades. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

Divide las unidades por el número de las raíces y lo que resulte es la raíz única, que es quince; el cuadrado es doscientos veinticinco (2).

Y si se dice: *media raíz de un cuadrado, es igual a diez unidades. ¿Cuánto es la raiz y cuánto el cuadrado?*

Divide el diez por el medio, resulta veinte, que es la raíz; y el cuadrado cuatrocientos (3).

---

o escribir por medio de las fracciones $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$, aisladas o combinadas.

(1) $x = 20;\ x^2 = 400.$

(2) $3\,x = 45;\ x = \frac{45}{3} = 15;\ x^2 = 15^2 = 225.$

(3) $\frac{x}{2} = 10;\ x = 10 : \frac{1}{2} = 20;\ x^2 = 400.$

CUESTIÓN CUARTA: LOS CUADRADOS MÁS LAS RAÍCES IGUAL A LOS NÚMEROS

Como si se te dice: *un cuadrado más diez raíces es igual a treinta y nueve unidades. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que dividas por dos e número de las raíces, [el resultado] lo multipliques [página 8] por sí mismo y lo que resulte lo sumes con las unidades; será sesenta y cuatro; toma la raíz de esto, que es ocho, y resta de ella la mitad de las raíces; te queda tres, que es la raíz del cuadrado, y el cuadrado es nueve.

La comprobación de esto consiste en que sumes el cuadrado, que es nueve, con diez raíces suyas, que son treinta, y se obtiene el total, treinta y nueve, como se propuso (1).

Si se dice: *dos cuadrados más veinte raíces es igual a setenta y ocho unidades. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que averigües siempre cuál es la proporción (2) de un solo cuadrado con relación al número de los cuadrados y tomes esa propor-

---

(1) $x^2 + 10\,x = 39;\ x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = \sqrt{64} - 5 = 3;$

$$x^2 = 9;\ 9 + 10\,.\,3 = 39.$$

(2) El autor al decir *proporción*, quiere indicar *la relación* entre el coeficiente del término de segundo grado y la unidad. Es criterio seguido por los matemáticos de la época transformar las ecuaciones de segundo grado hasta darles la forma $x^2 \pm p\,x - q = 0$ o la $x^2 - p\,x + q = 0$.

ción respecto de las raíces y las unidades. Después operas, como queda expuesto [en el problema anterior]. La proporción [en el problema de ahora], un cuadrado respecto de dos cuadrados, es la mitad; toma, pues, de cada una de las cosas que tienes [unidades y raíces] su mitad; y se convierten las veinte raíces en diez raíces y las setenta y ocho unidades en treinta y nueve. Es, pues, como si te hubieran dicho: un cuadrado más diez raíces es igual a treinta y nueve, ¿cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado? Opera, por consiguiente, como ya se ha dicho antes (1).

Y si se te dice: *medio cuadrado más cinco raíces es igual a diecinueve unidades y media. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que digas: ¿por cuánto algebrizaremos (2) medio cuadrado, a fin de que sea un cuadrado? Esto se hace multiplicándolo por dos. Multiplica, pues, todo lo que tienes por dos; te resultará un cuadrado más diez raíces igual treinta y nueve, ¿cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado? Por lo tanto, opera según lo que precede (3).

---

(1) $2x^2 + 20x = 78$. Dividida por 2 esta ecuación se transforma en la anterior.

(2) Para que la traducción resulte lo más fiel posible nos hemos permitido inventar el verbo *algebrizar* para expresar la acción de *aplicar los conocimientos del Algebra*, o *realizar las operaciones que se designan con la voz* chéber.

(3) $\frac{x^2}{2} + 5x = 19\frac{1}{2}$. Multiplicada por 2 esta ecuación se convierte en la ya resuelta $x^2 + 10x = 39$.

CUESTIÓN QUINTA: LOS CUADRADOS MÁS LOS NÚMEROS IGUAL A LAS RAÍCES

Como si se te dice: *un cuadrado y veintiuna unidad es igual a diez raíces. ¿Cuánto es la raíz y cuánto el cuadrado?*

La operación para esto es que halles la mitad de las raíces, la multipliques por sí misma y restes [pág. 9] de lo que te resulta, las unidades; te quedará cuatro; toma su raíz, que es dos. Si quieres, añade este dos a la mitad de las raíces, te resultará siete, que es la raíz del cuadrado por vía de adición, y el cuadrado será cuarenta y nueve. Y si quieres, disminuye el dos de la mitad del diez, quedará tres, que es la raíz del cuadrado por vía de disminución, y el cuadrado será nueve (1).

Lo mismo que se dijo en cuestiones anteriores, operarás en esta cuestión cuando se trate de más de un cuadrado o de menos de un cuadrado, reduciendo siempre los cuadrados a un solo cuadrado, y modificando las unidades y las raíces en aquella [misma] proporción.

Sábete, también, que si multiplicas la mitad del número de las raíces por sí mismo y lo que resulta es mayor que el número de las unidades, el problema es posible, y si lo que resulta es igual al número de las unidades, el problema también es posible, siendo la raíz igual a la mitad del número de las raíces; pero si lo que resulta de la multiplicación de la mitad de

---

(1) $x^2 + 21 = 10x$; $x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21}$; $x' = 7$ $x'' = 3$.

las raíces por sí misma fuese menor que el número de las unidades, entonces el problema no es posible jamás (1). Compréndelo (2).

[Pág. 10] CUESTIÓN SEXTA: LAS RAÍCES MÁS LOS NÚMEROS IGUAL A LOS CUADRADOS

Como si se te dice: *tres raíces más cuatro unidades es igual a un cuadrado. ¿Cuánto es el cuadrado y cuánto la raíz?*

La operación para esto es que dividas por dos el número de las raíces, que es uno y medio, lo multi-

---

(1) Este es el párrafo que contiene la discusión de la ecuación de segundo grado y al que hemos aludido ya en nuestro prólogo al hacer el estudio del manuscrito.

El cuadro esquemático es este:

Ecuación que se discute: $x^2 + q = px$; $x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

1.º $\frac{p^2}{4} > q$ caso posible: Del problema del párrafo anterior se deduce:
- que si $\frac{p}{2} \geqq \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ el autor tiene en cuenta las dos soluciones
- y si $\frac{p}{2} < \sqrt{\frac{p^2}{2} - q}$ sólo tiene en cuenta la solución positiva.

2.º $\frac{p^2}{4} = q$ caso posible; $x = \frac{p}{2}$.

3.º $\frac{p^2}{4} < q$ caso imposible.

(2) Al margen del folio 4 v.º, en el cual se encuentra este pasaje, se consigna la siguiente nota:

«La razón de esto ya la ha mencionado Euclides, donde dice: El mayor de los paralelogramos apoyados en una misma recta, deficientes en superficies semejantes a la del paralelogramo construído sobre la mitad de la recta, y situados semejantemente, es el paralelopliques por sí mismo y agregues lo que resulte al número de las unidades; tendrás seis más un cuarto. Tomarás su raíz, que es dos y medio, y agregarás a ella la mitad de las raíces, tendrás cuatro, que es la raíz del cuadrado; el cuadrado es dieciséis (1).

La comprobación de esto consiste en que sumes las tres raíces con las cuatro unidades, será dieciséis, que es el cuadrado, como se propuso.

De la misma manera, cuando se trate de más o de menos de un cuadrado, lo reducirás siempre a un solo cuadrado y también reducirás las raíces y los números que con él van, en aquella [misma] proporción, ope-

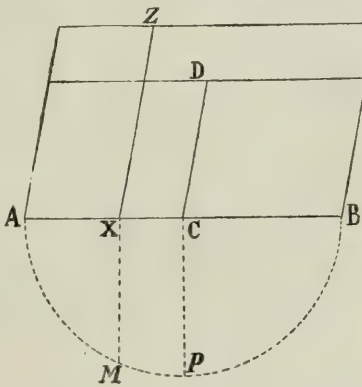
---

gramo construído sobre la mitad de la recta y semejante a los paralelogramos deficientes.»

Esta nota es el enunciado de la proposición XXVII del libro VI de Euclides.

Véase cómo hace la traducción de esta proposición el P. Pedro de Ulloa, autor de la obra «Elementos mathematicos». Madrid, 1706.

Proposición XXVII. De todos los paralelogramos (A C D y A X Z) aplicados a una misma recta (A B) y deficientes en figuras paralelogramas (B C D y B X Z) semejantes y semejantemente puestas, es el mayor (A C D) el que se aplicare a (A C) la mitad.



(1) $3x + 4 = x^2;\ x = \frac{3}{2} + \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + 4}$
$= \frac{3}{2} + \sqrt{2 + \frac{1}{4} + 4} = \frac{3}{2} + \sqrt{6\,\frac{1}{4}} = \frac{3}{2} + 2\,\frac{1}{2} = 4;\ x^2 = 16.$

rando en esta cuestión como anteriormente se dijo. Compréndelo.

Igual harás en estas seis cuestiones cuando se trate de algo más que un cuadrado o de algo menos que él, es decir, reduciéndolo a un solo cuadrado, y lo que con él va, reduciéndolo también, en aquella proporción.

Y ten presente que la cuestión cuarta es aquella en que están aislados (1) los números; la quinta, las raíces; la sexta, los cuadrados. Si conservas bien en la memoria este aislamiento no tendrás dudas acerca de la anterioridad o posterioridad que corresponda a cualquiera de estas cuestiones (2).

CAPÍTULO DE LAS RAÍCES

Has de saber que las cuestiones de las raíces se reducen también a seis capítulos: 1.° Multiplicación de las raíces [por números]. 2.° División de las raíces [por números]. 3.° Multiplicación de unas raíces por otras. 4.° División de unas raíces por otras. 5.° Sumar unas raíces con otras. 6.° Restar unas raíces de otras.

---

(1) En el segundo miembro de la ecuación.

(2) El autor ha expuesto hasta aquí el modo de resolver las seis ecuaciones suponiéndolas preparadas. Los capítulos siguientes son independientes de la teoría de ecuaciones y al final dedica un capítulo a las operaciones de *chéber* y *almocábala* que son las que preparan una ecuación.

Esta manera de exponer parece original de Abenbéder, pues los demás autores árabes comienzan, como se hace actualmente, por las nociones de operaciones algébricas con cantidades enteras, fraccionarias y radicales, para entrar de lleno en el estudio de las ecuaciones.

[Pág. 11] CAPÍTULO[S] DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS RAÍCES Y DE SU DIVISIÓN

En cuanto al capítulo primero, que es la multiplicación de las raíces [por números], es como si se te dice: *tres veces la raíz de diez, ¿qué número es?*

La operación para esto es que multipliques el número de las raíces por sí mismo y lo que resulte, por diez; te resultará noventa. Ahora bien, la raíz de noventa es tres veces la raíz de diez, que es lo que se buscaba. Compréndelo (1).

El capítulo segundo, que es la división de las raíces [por números], es como si se te dice: *los dos tercios de una raíz de diez, ¿qué número es?*

La operación para esto es que multipliques los dos tercios por sí mismos, resulta cuatro novenos, y los multipliques por diez, como se hizo antes, resulta cuatro y cuatro novenos; la raíz de cuatro y cuatro novenos es, pues, lo buscado, o sea, los dos tercios de la raíz de diez que se habían enunciado. Compréndelo (2).

Conforme a lo dicho en los dos capítulos anteriores has de operar en la multiplicación y división de las raíces [por números], es decir, que has de multiplicar el número [factor o divisor] por sí mismo y lo que resulte por el número al que se refiere la raíz. Lo que resulte es lo pedido. Compréndelo.

---

(1) $3\sqrt{10} = \sqrt{3^2 \cdot 10} = \sqrt{90}.$

(2) $\frac{2}{3}\sqrt{10} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 10} = \sqrt{\frac{40}{9}} = \sqrt{4 + \frac{4}{9}}.$

CAPÍTULO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS RAÍCES

Cuando se te diga: *multiplica la raíz de diez por la raíz de cinco*, la operación para esto es que multipliques el cinco por el diez y extraigas la raíz de lo que resulte; lo que [ésta] sea, [es el resultado que se busca], que [en este caso es lo que] se obtiene de multiplicar raíz de cinco por raíz de diez; que es raíz de cincuenta (1).

(Pág. 12) Del mismo modo si se te dice: *multiplica tres raíces de cinco por dos raíces de diez*, dirás: tres raíces de cinco, ¿qué número es? Te resulta raíz de cuarenta y cinco. A continuación dirás: dos raíces de diez, ¿qué número es? Te resulta [raíz de] cuarenta. Equivale, pues, esto a si se te dijera: multiplica la raíz de cuarenta y cinco por la raíz de cuarenta; tomarías la raíz de lo que resultara y lo que fuese [ésta, sería el resultado que se busca], que es el resultado de multiplicar tres raíces de cinco por dos raíces de diez. Compréndelo (2).

Asimismo si se te dice: *multiplica la raíz de cinco por cuatro*, la operación para esto es que multipliques el cuatro, que no tiene nombre de raíz, por sí mismo; resulta dieciséis. Después operarás como anteriormente, que es como si se te dijera: multiplica la raíz de cinco por la raíz de dieciséis; multiplicarás cinco por dieciséis, resultará ochenta. La raíz de ochenta es lo buscado (3).

---

(1) $\sqrt{10} \times \sqrt{5} = \sqrt{10 \times 5} = \sqrt{50}$.

(2) $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{9 \times 5} \times \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{45} \times \sqrt{40}$.

(3) $\sqrt{5} \times 4 = \sqrt{5} \times \sqrt{4^2} = \sqrt{5 \times 16} = \sqrt{80}$.

CAPÍTULO DE LA DIVISIÓN DE LAS RAÍCES

Cuando se te diga: *divide raíz de veinte por raíz de cinco*, la operación para esto es que dividas el veinte por el cinco y tomes la raíz de lo que resulte, que es dos; esto es lo que resulta de la división de la raíz de veinte por la raíz de cinco (1).

Del mismo modo si se te dice: *divide dos raíces de veinte por media raíz de diez*, la operación para esto es que digas: dos raíces de veinte, ¿qué número es? Te resultará raíz de ochenta. Después dices: media raíz de diez, ¿qué número es? Resulta ser raíz de dos y medio. Luego es como si se te dijera: divide la raíz de ochenta por la raíz de dos y medio. Operarás como se ha dicho antes; te saldrá raíz de treinta y dos, que es lo que se buscaba de dividir dos raíces de veinte por media raíz de diez (2).

[Pág. 13] Si se te dice: *divide diez por raíz de uno y medio*, la operación para ello es la misma que antes se explicó para las multiplicaciones, o sea, que multipliques siempre el número que no está en forma de raíz, por sí mismo. Después divide por el número cuya raíz se toma, te resultará sesenta y seis y dos tercios. Finalmente, la raíz de esto es lo que querías conocer. Porque cuando multiplicas el diez por si mismo te resulta ciento y es como si se te dijera: divide la raíz de

---

(1) $\sqrt{20} : \sqrt{5} = \sqrt{20 : 5} = \sqrt{4} = 2.$

(2) $2\sqrt{20} : \frac{1}{2}\sqrt{10} = \sqrt{80} : \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{80} : \sqrt{2\frac{1}{2}} =$

$$\sqrt{80 : 2\frac{1}{2}} = \sqrt{32}.$$

ciento por la raíz de uno y medio; ya que decir diez es como decir raíz de ciento; opera, pues, según se ha dicho anteriormente (1).

Del mismo modo si se te dice: *divide la raíz de cuatro vor raíz de nueve*, dividirás el cuatro por el nueve, te resultará cuatro novenos. La raíz de cuatro novenos es lo buscado, que es dos tercios. Comprén-delo (2).

CAPÍTULO DE SUMAR RAÍCES

Si se te dice: *suma la raíz de nueve con la raíz de cuatro*, la operación para esto es que multipliques el cuatro por el nueve, tomes dos raíces de lo que resulte, que es doce; después suma el nueve y el cuatro con las dos raíces; tendrás veinticinco. La raíz de veinticinco es lo que se busca (3).

Si se te dice: *suma dos raíces de veinte con dos raíces de cinco*, la operación para esto es que digas: dos raíces de cinco, ¿qué número es? Encontrarás que es raíz de veinte. Después dirás: dos raíces de veinte, ¿qué número es? Encontrarás que es la raíz de ochenta. Es, pues, como si se te dijera: suma la raíz de veinte con la raíz de ochenta. Opera, por tanto, según precede; te saldrá raíz de ciento ochenta, que es

---

(1) $10 : \sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{100} : \sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{200 : 3} = \sqrt{66\frac{2}{3}}$.

(2) $\sqrt{4} : \sqrt{9} = \sqrt{4 : 9} = \frac{2}{3}$.

(3) $\sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{2\sqrt{9}\sqrt{4} + 9 + 4} = \sqrt{9 + 4 + 12} = \sqrt{25}$.

lo que resulta de sumar dos raíces de cinco con dos raíces de veinte (1). Compréndelo.

[Pág. 14] CAPÍTULO DE RESTAR RAÍCES

Si se te dice: *resta la raíz de cinco de la raíz de veinte*, la operación para esto es que multipliques el cinco por el veinte y tomes dos raíces de lo que resulte, que es veinte. Después sumarás el cinco con el veinte y restarás de esta [suma] el veinte; quedará cinco. La raíz de cinco es lo buscado (2).

Cuando haya más de una raíz o menos de una raíz, operarás en la resta, reduciendo aquello [los datos] a una sola raíz y operando según se dijo anteriormente. Así, si se te dice: *resta dos raíces de cinco de dos raíces de veinte,* harás la operación según antecede (3). Compréndelo.

---

(1) $$2\sqrt{20}+2\sqrt{5}=\sqrt{80}+\sqrt{20}=\sqrt{80+20+2\sqrt{80\times 20}}$$ $$=\sqrt{80+20+80}=\sqrt{180}.$$

(2) $$\sqrt{20}-\sqrt{5}=\sqrt{5+20-2\sqrt{5\times 20}}=\sqrt{5+20-20}=\sqrt{5}.$$

(3) $$2\sqrt{20}-2\sqrt{5}=\sqrt{80}-\sqrt{20}=\sqrt{80+20-2\sqrt{80\times 20}}$$ $$=\sqrt{80+20\quad 80}=\sqrt{20}.$$

El hecho de no sacar el factor común 2, se debe, sin duda alguna, a que esta simplificación exige el uso de los símbolos, no empleados aún por Abenbéder.

CAPÍTULO DE LA MULTIPLICACIÓN DE LAS INCÓGNITAS, LOS CUADRADOS, LOS CUBOS [DE ELLAS] Y LOS NÚMEROS ENTRE SÍ.

Advierte que al multiplicar incógnitas por números resultan incógnitas, al multiplicar cuadrados por números resultan cuadrados y al multiplicar cubos por números resultan cubos. De modo que si multiplicas el número por cualquiera de estas especies [de cantidades] el producto será de aquella misma especie.

Has de saber también que el producto de las incógnitas por las incógnitas son [sus] cuadrados; el de las incógnitas por los cuadrados, son [sus] cubos; el de los cuadrados por los cuadrados son cuadrado-cuadrados; el de los cuadrados por los cubos son cuadrado-cubos, y el de los cubos por los cubos, cubo-cubos (1).

[Pág. 15] ARTÍCULO.—Ten presente que el producto de más por más es más; el producto de menos por menos es más; el producto de más por menos es menos, y el producto de menos por más es menos (2).

Todo lo que precede acerca de la multiplicación se hace inteligible mediante esta regla que voy a formular, es decir, que supongas para la incógnita un expo-

---

(1) Este párrafo explica el producto de potencias de igual base. Después del párrafo siguiente, el autor expone la regla de la multiplicación, indicando que el grado del producto es igual a la suma de los factores.

(2) Es la regla de los signos $\begin{cases} + \cdot + = + \\ - \cdot - = + \\ + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{cases}$

nente, para el cuadrado dos exponentes y para el cubo tres exponentes.

Cuando hayamos de multiplicar entre sí algunas de las tres cantidades mencionadas en estos tres casos u otras compuestas de ellas, conocerás el resultado de cada una de ellas sumando el exponente del multiplicando al exponente del multiplicador y la suma de los exponentes se aplica a los tres casos anteriormente citados: si [lo que resulta] es un exponente, corresponde a las incógnitas; [si son] dos exponentes, corresponde a los cuadrados, y tres exponentes corresponde a los cubos. Por tanto, si multiplicas cubos por cubos tendrás que sumar los exponentes de los cubos con los exponentes de los cubos; te resultará seis; este seis es el exponente del cubo-cubo. Del mismo modo, si multiplicas cuadrados por cuadrados, sumarás los exponentes de los cuadrados con los exponentes de los cuadrados; te resultarán cuatro, que es el exponente del cuadrado-cuadrado. Asimismo, si el resultado de la suma es nueve, éste será el exponente del cubo-cubo-cubo, y si el resultado fuera diez, éste habría de ser el exponente del cuadrado-cuadrado-cuadrado-cuadrado-cuadrado, cinco [veces] en este caso, porque el exponente de cada cuadrado es dos; o también puedes decir que es el exponente del cubo-cubo-cubo multiplicado por una incógnita.

Ejemplo de esto. Si se te dice: *multiplica veinte cubos por veinte cubos,* te resultará cuatrocientos; después suma el exponente de un cubo, que es tres, con el exponente del otro cubo, que es tres; te resultará seis; dirás ahora: la categoría seis es el cubo-cubo, y si quieres puedes decir cuadrado-cuadrado-cuadrado, porque cada cuadrado [pág. 16] tiene dos exponentes, según antes dijimos, mientras que cada cubo tiene tres exponentes. Así es que dirás: el resultado es cuatrocientos cubo-cubos o cuatrocientos cuadrado-cuadrado-cuadrados (1).

De la misma manera, si se te dice: *multiplica veinte cubo-cubos por veinte cubo-cubos*, multiplicarás veinte por veinte y sumarás los exponentes que corresponden a los cubos, que son doce exponentes, porque el exponente de cada cubo es tres y aquello [los doce exponentes] es la categoría del cubo reiterado cuatro veces, o bien, la categoría del cuadrado repetido seis veces, así es que dirás que el resultado es cuatrocientos cubo-cubo-cubo-cubos, y si quieres dirás cuatrocientos cuadrado-cuadrado-..., repetido seis veces (2).

Así operarás en todos los demás casos de estas especies en que el exponente es mayor. Compréndelo.

CAPÍTULO DE LOS PROBLEMAS DE ESTE CAPÍTULO [ANTERIOR]

Si se te dice: *multiplica diez unidades más una incógnita por diez unidades más una incógnita*, la operación para esto consiste en que multipliques las diez unidades por las diez unidades; te resultará cien unidades. Multiplica después las diez unidades por la incógnita y las otras diez unidades por la incógnita; te resultarán veinte incógnitas. Después multiplica la incógnita por la incógnita; te resultará un cuadrado.

---

(1) $20\,x^3 \times 20\,x^3 = 400\,x^{3+3} = 400\,x^6$.

(2) $20\,x^6 \times 20\,x^6 = 400\,x^{12}$.

Tendrás así cien unidades más un cuadrado más veinte incógnitas (1).

Cuando se te diga: *multiplica diez unidades más una incógnita por diez unidades menos una incógnita,* operarás según precede y te resultará cien unidades más diez incógnitas aumentadas y diez incógnitas disminuídas y un cuadrado disminuído; las diez incógnitas aumentadas se destruyen con las diez incógnitas disminuídas y te quedan cien unidades menos un cuadrado (2).

Si se te dice: *multiplica diez unidades más una incógnita más un cuadrado más un cubo por diez unidades más una incógnita más un cuadrado más tres cubos,* hazlo según lo hiciste guardando los órdenes de los números (3).

[Pág. 17] CAPÍTULO DE LA SUMA DE LAS INCÓGNITAS, CUADRADOS Y CUBOS, UNOS CON OTROS

Ten presente que la suma de incógnitas con incógnitas, cuadrados con cuadrados y cubos con cubos, no puede realizarse en ninguno de estos tres géneros [de cantidades] sin que la unidad de aquel género sea igual a la unidad del otro género.

Si dices [por ejemplo]: suma una incógnita con cuatro incógnitas; si la incógnita primera es igual a una

(1) $(10 + x)\ (10 + x) = 10 \,.\, 10 + 10 \,.\, x + 10 \,.\, x + x \,.\, x = 100 + x^2 + 20\, x.$

(2) $(10 + x)\ (10 - x) = 10 \,.\, 10 + 10 \,.\, x - 10 \,.\, x - x \,.\, x = 100 + 10\, x - 10\, x - x^2 = 100 - x^2.$

(3) Se refiere al siguiente producto de polinomios:
$(x^3 + x^2 + x + 10)\ (3\, x^3 + x^2 + x + 10).$

de las cuatro incógnitas, dirás que el resultado es cinco incógnitas; pero si no fuesen iguales a ellas dirás que el resultado es cuatro incógnitas más una incógnita.

Del mismo modo, si se te dice suma diez cubos con diez cubos, si cada uno de los diez cubos es igual a cada uno de los otros diez cubos, dirás al sumarlos que el resultado es veinte cubos; pero si no fuese así, dirás que el resultado es diez cubos más diez cubos.

Y lo mismo en los cuadrados: cuando un cuadrado sea igual a [otro] cuadrado, lo sumarás; pero si no fuese igual a él, responderás [poniéndolos] separados.

CAPÍTULO DE LA RESTA DE LAS INCÓGNITAS, CUADRADOS Y CUBOS, UNOS DE OTROS

Has de saber que la resta es semejante a la suma: no se resta un género [de cantidad] de otro, sin que sea igual a él.

Si dices [por ejemplo]: resta seis incógnitas de diez incógnitas; si una de las incógnitas es igual a la otra, el resto será cuatro incógnitas; mas si no es igual a ella, el resto son diez incógnitas menos seis incógnitas.

Asimismo operarás con los cubos, con los cuadrados y con todo lo que de este género se te ofrezca (1).

(1) La falta de símbolos le obliga a hablar de incógnitas iguales y desiguales, es decir, refiriéndose a cantidades semejantes y no semejantes. Por esto, realiza la sustracción en el caso $10x - 6x = 4x$ y la deja indicada en el caso $10x - 6y$, que es el caso de incógnitas *no iguales*.

[Pág. 18] CAPÍTULO DE DIVIDIR LAS INCÓGNITAS, CUADRADOS Y CUBOS, UNOS POR OTROS

Si se te dice: *divide diez cuadrados por diez incógnitas,* dividirás el número de los cuadrados por el número de las incógnitas y te saldrá uno; si quieres conocer el género del cual es este uno, resta el exponente de las incógnitas del exponente de los cuadrados, el resto será uno, que es el [correspondiente al] grado incógnita, y de este mismo género es la unidad de aquella incógnita.

La comprobación de esto consiste en que multipliques la incógnita por diez incógnitas; te resultará diez cuadrados (1).

Asimismo, si se te dice divide cien cubos por diez incógnitas, dividirás ciento por diez, resulta diez, que conservarás en la memoria; después resta el exponente de las incógnitas del exponente de los cubos; te quedará el exponente de los cuadrados, lo cual es el género de la especie de lo que se busca; por tanto, el resultado de este problema es diez cuadrados (2).

Asimismo operarás en todos los casos de esta especie que se te presenten.

CAPÍTULO DEL CONOCIMIENTO DEL CHÉBER Y ALMOCÁBALA

La operación de *chéber* (3) es el aumento de todo lo que está disminuído a fin de que no aparezca con

(1) $10\ x^2 : 10\ x = x$.

(2) $100\ x^3 : 10\ x = 10\ x^2$.

(3) A lo dicho respecto a la palabra *chéber* en el estudio pre-

el signo menos. La [operación] de *almocábala* (1) consiste en restar cada especie [de cantidades] de sus semejantes hasta que no haya en los dos miembros dos especies [de cantidades] del mismo género.

Ejemplo: si se te dice *cien unidades menos diez in-*

---

liminar que hemos hecho del manuscrito, podemos añadir las siguientes observaciones:

Para Alcarjí (siglo XI) la operación de *chéber* es la transposición de términos.

Para Benalbanná (siglo XIII) *chéber* es *restauración*, como opuesto a la reducción de términos semejantes, pero considera independientemente las operaciones llamadas de reintegración y de rebaja que consisten en multiplicar o dividir un número por otro.

Para Alcalsadí (siglo XV), *chéber* significa en el lenguaje técnico la acción de hacer desaparecer la partícula de la negación y lo que a ésta sigue, transportando la cantidad al otro miembro conservando la igualdad.

Y Behaeddín el Aamulí (siglo XVI) define la voz *chéber* diciendo que «si un miembro de una ecuación contiene una negación *se le restaura* sumando su igual con el otro miembro».

Carra de Vaux ha hecho un estudio interesante de la voz *chéber* como opuesta a *almocábala* y como opuesta a la voz *alhatt.* (Véase Bibliothéque mathèmatique de Eneström, 1897, pág. 1.)

(1) Ampliando lo dicho anteriormente acerca de la palabra *almocábala* hacemos también las siguientes observaciones:

Los autores que acabamos de citar, es decir, Behaeddín, Benalbanná, Alcarjí y Alcalsadí usan todos la voz *almocábala* para expresar la reducción de términos semejantes; pero lo mismo que Abenbéder (véase, por ej., folios 29 v., 41 r.) emplean también alguna vez el verbo *cabalizar* como sinónimo de igualar dos cantidades para establecer una ecuación; y a veces dan mayor extensión a la voz *almocábala*, haciéndola significar *resolución definitiva de la ecuación* (véase folio 41 v.).

Así, pues, no es de extrañar que Chasles y Nesselmann sospechen que la voz *almocábala* haya tenido entre los árabes un sentido más extenso que el opuesto a *oppositio.* (Véase Bibl. math., Eneström, 1895, pág. 120).

cógnitas es igual a setenta, habrás de algebrizar el ciento con las diez incógnitas que tienen *menos* y resultará cien unidades; añade a las setenta unidades las diez incógnitas con las cuales algebrizaste el ciento; quedará el setenta enfrente del cien; réstalo, pues, de ciento; te quedarán treinta unidades igual a diez incógnitas. Luego la incógnita es tres (1).

Si restásemos diez [incógnitas], iguales a este [tres], de [pág. 19] ciento, quedarán setenta, que es igual a ciento menos diez semejantes a aquella incógnita, que es tres, como dijimos (2).

De esta misma manera harás en todos los casos que se te ofrezcan de esta naturaleza, sean en más o menos. Compréndelo.

Este es el complemento de los prolegómenos del *chéber,* los cuales se reducen a diecisiete artículos: seis de ellos son las seis cuestiones conocidas; los seis segundos son los capítulos de las raíces; el artículo decimotercero es el ya mencionado de la multiplicación de las incógnitas, los cuadrados y los cubos [de las mismas]; el artículo decimocuarto es el de la suma y resta de ellos; el decimoquinto es la división de unos por otros; el decimosexto es el del conocimiento de la multiplicación del menos por menos, menos por más y más por más, y el decimoséptimo es el conocimiento del *chéber* y *almocábala* que acabamos de mencionar.

---

(1) $100 - 10x = 70$; $100 = 70 + 10x$; $100 - 70 = 10x$; $30 = 10x$; $x = 3$.

(2) Habrá observado el lector que en cada problema se dedica un párrafo a la comprobación del mismo, sustituyendo el valor de la incógnita para convertir la ecuación en una identidad.

CAPÍTULO ACERCA DE LA RESOLUCIÓN DE LOS SEIS PROBLEMAS SOBRE LOS CUALES GIRA TODO EL CHÉBER: PROBLEMA PRIMERO (1).

El número diez lo divido en dos partes; multiplico una de las dos por sí misma; después multiplico una de las dos por la segunda. El producto de multiplicar una de las dos partes por sí misma ha de ser igual al producto de multiplicar las dos partes entre sí repetido cuatro veces.

La operación para esto es que supongas una de las dos partes como incógnita; quedará la otra parte diez menos la incógnita. Multiplica ahora la incógnita por sí misma, te resultará un cuadrado. Multiplica después la incógnita por diez menos la incógnita, como se propuso; te resultará diez incógnitas menos un cuadrado; multiplica esto por el cuatro, pues ya se ha dicho que el producto por sí mismo es igual a una parte por la segunda cuatro veces. Te resultará cuarenta incógnitas menos cuatro cuadrados igual a un cuadrado, como se propuso. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás cinco cuadrados igual cuarenta incógnitas. Divide ahora las cuarenta incógnitas por los cinco cuadrados; saldrá ocho, que es la parte que se multiplicó por sí misma [pág. 20]; la parte segunda es dos (2).

La comprobación de esto consiste en que multipliques el ocho, que es la parte primera, por sí mismo; te

---

(1) Es decir, problema relativo a la cuestión primera: $ax^2 = bx$.

(2) x; $10 - x$

x^2; $x\,(10 - x) = 10\,x - x^2$; $(10\,x - x^2) \,.\, 4 = 40\,x - 4x^2$

$x^2 = 40\,x - 4\,x^2$; $5\,x^2 = 40\,x$; $x = 40 : 5 = 8$.

resultará sesenta y cuatro. Después, multiplica este ocho por la parte segunda, que es dos, y tienes dieciséis; dóblalo cuatro veces, como se propuso, tendrás sesenta y cuatro, que es igual que multiplicar el ocho por sí mismo. Luego resulta ser el producto de una de las dos partes por sí misma igual al producto de una de las dos partes por la otra, cuatro veces.

Te he reducido, pues, este problema a la cuestión de los cuadrados igual a las raíces, puesto que la incógnita es la misma raíz. Este es el primero de los seis problemas.

PROBLEMA SEGUNDO (1).

El número diez lo divido en dos partes; multiplico el diez por sí mismo y una de las dos partes [también] por sí misma. El producto del diez por sí mismo ha de ser como el producto de una de las dos partes por sí misma, dieciséis veces.

La operación para esto es que supongas una de las partes como incógnita, queda la segunda diez menos la incógnita. Después vuelve al diez, multiplícalo por sí mismo, será ciento. Multiplica luego la incógnita por sí misma, resulta un cuadrado; multiplícalo por dieciséis, serán dieciséis cuadrados igual a cien unidades. Divide el ciento por dieciséis, resulta seis y un cuarto. La raíz de seis y un cuarto es la parte primera, aquella que se multiplicó por sí misma, esto es, dos y medio (2).

(1) Relativo a la cuestión segunda: $ax^2 = c$.

(2) x; $10 - x$.

$$16\,x^2 = 100;\ x^2 = 100 : 16 = 6\,\frac{1}{4};\quad x = \sqrt{6\,\frac{1}{4}} = 2\,\frac{1}{2}.$$

La comprobación de esto es que multipliques el diez por sí mismo; [te resultará] seis [y un cuarto; multiplícalo por] dieci[séis], será ciento, como se propuso.

Te he reducido, pues, este problema a la cuestión segunda de las seis cuestiones anteriormente citadas, o sea los cuadrados igual a los números.

[Pág. 21] PROBLEMA TERCERO (1).

El número diez lo divido en dos partes. Divido una de las dos por la otra y resulta cuatro.

La operación para esto es que supongas una de las dos partes como incógnita; te quedará la otra diez menos la incógnita. Divide diez menos la incógnita, por la incógnita [e iguala lo que] resulta [a] cuatro, como se ha propuesto. Ya sabemos que cuando multiplicamos el resultado de una división por el divisor, reaparece aquello que se ha dividido. Lo que resulta de la división en este problema es cuatro; el divisor es la incógnita; por lo tanto, multiplica la incógnita por cuatro y serán cuatro incógnitas igual a diez menos la incógnita. Aplica el *chéber* y *almocábala:* tendrás cinco incógnitas igual diez. La incógnita es dos, que es una de las dos partes [del diez propuesto], y la parte segunda es ocho (2).

La comprobación de esto es que dividas el ocho,

---

(1) Relativo a la cuestión tercera: $bx = c$.

(2) $\frac{10 - x}{x} = 4$; $4x = 10 - x$; $5x = 10$; $x = 2$; $10 - x = 8$.

que es una de las partes, por dos, que es la otra parte; te resultará cuatro, como se había propuesto.

Te he reducido, pues, este problema a la cuestión tercera, que es: las raíces igual a los números.

PROBLEMA CUARTO (1).

El número diez lo divido en dos partes; multiplico una de las dos por sí misma y la otra por nueve, y los productos han de ser iguales.

La operación para esto es que supongas la parte primera como incógnita y la otra diez menos la incógnita. Multiplica la primera por sí misma, será un cuadrado; multiplica diez menos la incógnita por nueve, te resultará noventa menos nueve incógnitas. Tienes en definitiva un cuadrado [pág. 22] más nueve incógnitas igual a noventa.

Te he reducido, pues, este problema a la cuestión cuarta de las seis cuestiones, [cuya regla práctica es] que dividas por dos las raíces, las multipliques por sí mismas, las sumes luego con las unidades, tomes la raíz de lo que resulta por suma, que es diez y medio, y resta de ello la mitad de las raíces; te quedará seis, que es una de las dos partes, y la otra es cuatro (2).

La comprobación de esto es que multipliques una

---

(1) Relativo a la cuestión cuarta: $ax^2 + bx = c$.

(2) $x^2 = (10 - x)\,9$; $x^2 = 90 - 9\,x$; $x^2 + 9\,x = 90$;

$$x = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 90} - \frac{9}{2} = \left[\sqrt{110\frac{1}{4}} - 4\frac{1}{2}\right] =$$

$$= 10\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 6;\ 10 - x = 4.$$

de las dos partes por sí misma y la segunda por nueve. Si son ambos [productos] iguales, has hecho bien la operación; así, pues, multiplica el seis, que es el valor de la incógnita, por sí mismo, y el cuatro, que es el resto de diez, por el nueve que se ha mencionado; encontrarás dos números iguales, como se proponía.

PROBLEMA QUINTO (1).

El diez lo divido en dos partes; multiplico una de las dos por la otra y resulta veintiuno.

La operación para esto es que supongas una de las dos partes como incógnita, queda la otra, diez menos la incógnita. Multiplica una de las dos partes, que es la incógnita, por la otra parte, que es diez menos la incógnita; te resultará diez incógnitas menos un cuadrado igual al veintiuno que se ha propuesto. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás un cuadrado más veintiuna unidades igual a diez incógnitas.

Te he reducido, pues, [este problema] a la cuestión quinta de las seis cuestiones primeras, la cual resulta con el aumento y la disminución; operarás según lo que antecede, es decir, que dividas por dos las raíces, las multipliques por sí mismas, restes de ellas las unidades y tomes la raíz de lo que resulta, que es dos; súmalas con la mitad de las raíces; será el resultado siete, que es una de las dos partes, y la otra parte es tres (2).

---

(1) Relativo a la cuestión quinta: $ax^2 + c = bx$.

(2) $x(10 - x) = 21$; $10x - x^2 = 21$; $x^2 + 21 = 10x$;

$$x' = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} + \frac{10}{2} = 7; \quad 10 - x' = 3.$$

La comprobación de esto consiste en que multipliques una de las dos partes por la otra como [pág. 23] se propuso, y será el producto veintiuno.

Si quieres disminuye las dos unidades, que son la raíz, de la mitad del número de las raíces, el cual es cinco; te quedará tres, que es una de las dos partes y la otra es siete. Compréndelo (1).

PROBLEMA SEXTO (2)

A un cuadrado le añado tres unidades; después multiplico la suma por cuatro y el resultado es igual al producto del cuadrado por sí mismo.

La operación para esto es que supongas el cuadrado, que se ha dicho, como incógnita y le sumes tres unidades; a continuación multiplica la incógnita más tres unidades por cuatro, como se ha propuesto; el resultado será cuatro incógnitas más doce unidades igual a un cuadrado, que es el producto de la incógnita por sí misma; opera, pues, según lo que se dijo anteriormente en la cuestión sexta, o sea que halles la mitad de las raíces y la multipliques por sí misma, añadas el resultado a las unidades y tomes la raíz de la suma, que es cuatro; suma después a ésta la mi-

(1) Como en este caso las dos raíces son positivas, obtiene el segundo valor x'' tomando el radical con signo menos y resulta

$$x'' = \frac{10}{2} - \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 3;\quad 10 - x'' = 7.$$

(2) Relativo a la cuestión sexta: $ax^2 = bx + c$.

tad de las raíces, será seis, que es el cuadrado ignorado (1).

La comprobación de esto es que añadas al seis, que es el cuadrado, tres unidades; te resultará nueve. Así es que el producto de seis por sí mismo, que es el cuadrado, es igual al producto de seis, que es el cuadrado, más tres unidades por cuatro.

Y de este modo se operará algebraicamente en todos los casos en que sea necesario para las operaciones de las distintas especies de cálculo, si Dios quiere.

Hemos añadido, además, algunas cuestiones relativas a las decenas, cuadrados y otras, que pueden ayudar al estudioso en la práctica del *chébet* y, en general, en todo lo que ocurra. Y en primer lugar [estudiemos el]

[Pág. 24] CAPÍTULO DE LOS PROBLEMAS SOBRE EL DIEZ

El diez lo divido en dos partes; *multiplico cada parte por sí misma*, *sumo los dos productos y vale ochenta y dos.*

La operación para esto es que supongas una de las dos partes como incógnita, quedará para la otra diez menos la incógnita; multiplica ahora la parte primera por sí misma, resulta un cuadrado. Multiplica la segunda por sí misma y será cien unidades más un cuadrado menos veinte incógnitas. Súmalos [ambos pro-

(1) $x^2 = y$; $(y + 3)\,4 = y^2$; $4y + 12 = y^2$;

$$y = \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12} + 2 = \sqrt{16} + 2 = 4 + 2 = 6.$$

ductos] según se ha propuesto; te resultará ciento más dos cuadrados menos veinte incógnitas igual a ochenta y dos. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás dos cuadrados más diez y ocho unidades igual a veinte incógnitas. Reduce ahora todo lo que tienes a cuadrado único y tendrás un cuadrado más nueve unidades igual a diez incógnitas. Opera según lo que se dijo en la cuestión quinta y te resultará que una de las dos partes es uno y te quedará para la segunda nueve (1).

La comprobación de esto es que multipliques cada parte por sí misma y las sumes; esto será ochenta y dos, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, multiplico cada parte por sí misma, resto la menor de la mayor y queda ochenta.*

La operación para esto es que supongas la parte primera como incógnita, queda la segunda diez menos la incógnita. Multiplica después la incógnita por sí misma en cuadrado (2) y el diez menos la incógnita por sí mismo; te resultará ciento más un cuadrado menos veinte incógnitas. Después resta lo menor [pág. 25] de lo mayor, como se ha propuesto; queda ciento menos veinte incógnitas igual ochenta. Aplica el *chéber* y *al-*

(1) $x^2 + (10 - x)^2 = 100 + 2x^2 - 20x = 82;$
$2x^2 + 18 = 20x;\ x^2 + 9 = 10x;\ x = 1.$

(2) La frase *multiplicar en cuadrado*, debe entenderse: *multiplicar una cantidad por sí misma para que resulte su cuadrado.*

mocábala; tendrás veinte unidades igual a veinte incógnitas. Opera según lo que antecede; te resultará una de las dos partes uno y la otra nueve (1).

La comprobación de esto es que multipliques cada parte por sí misma, restes la menor de la mayor y quedará ochenta, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, multiplico cada parte por sí misma, súmolas y añado al resultado la diferencia que hay entre las dos partes antes de la multiplicación de cada parte por sí misma, y resulta sesenta y dos.*

La regla para esto es que supongas una de las dos partes como incógnita, queda la segunda diez menos la incógnita; después multiplica cada parte por sí misma, te resultará cien unidades más dos cuadrados menos veinte incógnitas; añade luego al resultado el exceso que hay entre la incógnita y las diez unidades menos la incógnita; este exceso que hay entre las dos [cantidades] será, si pones la parte menor como incógnita, diez menos dos incógnitas, y si pones la parte mayor como incógnita, el exceso entre las dos será dos incógnitas menos diez, porque has de restar diez menos la incógnita de la incógnita; esta [operación] consiste en que algebrices el diez con la incógnita disminuída y algebrices por lo mismo la incógnita segunda de la cual has de restar; seguidamen-

(1) $(10 - x)^2 - x^2 = 100 - 20x = 80$; $20 = 20x$;
$x = 1$; $10 - x = 9$.

te resta el diez de las dos incógnitas, resultará dos incógnitas menos diez. Si hubieras puesto [la incógnita como] lo menor, el exceso entre las dos es entonces diez menos dos incógnitas; añade esto al ciento más los dos cuadrados menos veinte [incógnitas], te resultará ciento diez más dos cuadrados menos veintidós incógnitas igual sesenta y dos. Aplica el *chéber* y *almocábala*; tendrás dos cuadrados más cuarenta y ocho unidades igual veintidós incógnitas. Toma ahora de todo lo que tienes su mitad y tendrás un cuadrado más veinticuatro unidades igual once incógnitas.

Te he reducido [este problema] a la [cuestión] [página 26] quinta. Así, pues, halla la mitad de las raíces, multiplícala por sí misma, según lo que se dijo en la cuestión quinta; resta de lo que resulte las unidades, toma la raíz de lo que queda y réstalo de la mitad de las raíces; te quedará tres, que es una de las dos partes. No saldrá este problema sino con la disminución, porque lo que te sale en él es la incógnita y hemos supuesto a la incógnita la parte menor. Por esto no saldrá sino por la disminución. La parte segunda es lo que queda de diez, o sea, siete (1).

Si hubiésemos puesto la parte mayor como incógnita no habría salido [el problema] sino con el aumento, porque el exceso que hay entre las dos partes es dos incógnitas menos diez, como hemos dicho, y añadiendo esto al ciento más dos cuadrados menos veinte incógnitas, te resultaría noventa unidades más dos cuadrados menos dieciocho [incógnitas] y esto suma sesenta y dos; así resultará un cuadrado más catorce unidades igual a nueve incógnitas. Halla la mitad de

(1) Véase la nota 1 de la página siguiente.

las raíces, multiplícala por sí misma, resta de lo que resulta las unidades, toma la raíz de lo que queda y añádelo a la mitad de las raíces; te resultará siete, que es una de las partes y la otra parte será lo que queda de diez [o sea tres]. Este problema no sale sino con el aumento, por el motivo que se ha expuesto antes (2).

PROBLEMA ANÁLOGO

El diez lo divido en dos partes, multiplico cada parte por sí misma, sumo lo que resulta de esto, lo divido por el exceso que hay entre las dos partes y resulta veintiséis.

Pon una de las dos partes como incógnita, queda la otra diez menos la incógnita. Multiplica cada una de ellas por sí misma, resulta la suma dos cuadrados más cien unidades menos veinte incógnitas; conserva en la memoria esto; después multiplica el veintiséis por el exceso que hay entre las dos partes que es diez menos dos incógnitas, te resultará de [pág. 27] esto dos-

---

(1) $$x^2 + (10 - x)^2 = 100 + 2x^2 - 20x;$$
$$(100 + 2x^2 - 20x) + (10 - 2x) = 110 + 2x^2 - 22x = 62;$$
$$2x^2 + 48 = 22x;$$
$$x^2 + 24 = 11x,$$
$$x = \frac{11}{2} - \sqrt{6\frac{1}{4}}$$
$$x = 3;\ 10 - x = 7.$$

(2) $$x^2 + (10 - x)^2 = 100 + 2x^2 - 20x;$$
$$(100 + 2x^2 - 20x) + (2x - 10) = 90 + 2x^2 - 18x = 62;$$
$$2x^2 + 28 = 18x;$$
$$x^2 + 14 = 9x;$$
$$x = \frac{9}{2} + \sqrt{6\frac{1}{4}}$$
$$x = 7;\ 10 - x = 3.$$

Las ecuaciones $x^2 + 24 = 11x$, $x^2 + 14 = 9x$ tienen cada una dos soluciones positivas, pero las condiciones del enunciado descartan una de las dos, y Abenbéder no hace más que dar la solución que cumple con aquellas condiciones, sin advertir que hay otra cientas sesenta unidades menos cincuenta y dos incógnitas igual a dos cuadrados más ciento menos veinte incógnitas, porque cuando has multiplicado lo que resulta de una división por el divisor reaparece la cantidad del dividendo. Aplica el *chéber* y *almocábala*; tendrás un cuadrado más dieciséis incógnitas igual ochenta.

Te he reducido, pues, [este problema] a la cuestión cuarta. Haz, por consiguiente, la operación que se dijo en la cuestión cuarta; te resultará la parte de la incógnita cuatro, que es una de las dos partes, y la segunda parte seis (1).

Cuando multiplicas el seis por sí mismo, el cuatro por sí mismo, sumas esto y luego lo divides por dos, que es el exceso entre las dos partes, resulta veintiséis, como se había propuesto.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, multiplico una de las dos por la segunda, divido lo que resulta por el exceso que hay entre las dos partes, antes de la multiplicación, y resulta cinco y cuarto.*

La regla es que supongas una de las dos partes como incógnita, quedará la otra, diez menos la incógnita. Multiplica una de las dos por la otra, te resultará diez incógnitas menos un cuadrado; este diez incógnitas menos un cuadrado lo has de dividir por el exceso

(1) $26(10 - 2x) = 260 - 52x = 2x^2 + 100 - 20x;$
$160 = 2x^2 + 32x;\ x^2 + 16x = 80;$
$x = 4;\ 10 - x = 6.$

que hay entre las dos partes, que es diez menos dos incógnitas, si pones la parte menor como incógnita; y si pones la parte mayor como incógnita, entonces es el exceso entre las dos, dos incógnitas menos diez. Ya sabemos que cuando multiplicamos lo que resulta de la división por el divisor vuelve a salir aquello que se dividió; por tanto, multiplica lo que resulta de la división, que es cinco y cuarto, por el divisor, que es diez unidades menos dos incógnitas, supuesto que pones la parte menor como incógnita; te resultará cincuenta y dos unidades y media menos diez incógnitas y media incógnita. Esto es [pág. 28] igual al producto de una de las dos partes por la otra, que es diez incógnitas menos un cuadrado. Tendrás, después de algebrizar, un cuadrado más cincuenta y dos unidades y media igual a veinte incógnitas y media incógnita. Divide, pues, por dos las raíces y opera según lo que se dijo en la [cuestión] quinta; te resultará por disminución tres, que es una de las dos partes, y la parte segunda siete (1).

Si multiplicas una de las dos por la otra y divides lo que resulta por el exceso que hay entre los dos núros, que es cuatro, resulta cinco y cuarto, como se propuso.

Pero si añades la raíz, que es siete y cuarto, a la mitad de las raíces, que es diez y cuarto, habrá de salir por valor de la incógnita diecisiete y medio (2). De aquí se infiere que no resulta [este problema] sino por disminución, cuando se pone la parte menor como

---

(1) Véase la nota 1 de la página siguiente.

(2) $x = 10\frac{1}{4} + \sqrt{\left(10\frac{1}{4}\right)^2 - 52\frac{1}{2}} = 10\frac{1}{4} + 7\frac{1}{4} = 17\frac{1}{2}$.

incógnita. Si pones la parte mayor [como incógnita], el exceso entre las dos será dos incógnitas menos diez; multiplica esto por cinco y cuarto; te saldrá diez incógnitas y media menos cincuenta y dos unidades y media [y esto es] igual al producto de una de las dos partes por la otra, o sea, diez incógnitas menos un cuadrado. Tendrás, después de algebrizar, un cuadrado más media incógnita igual a cincuenta y dos unidades y media. Opera según lo que se dijo en la [cuestión] cuarta; te resultará el valor de la incógnita siete, que es una de las dos partes, y la parte segunda tres (2). Esto es lo que querías conocer.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, divido cada una de las dos por la otra, sumo lo que resulta de las dos divisiones y vale dos y un sexto.*

La regla para esto es que supongas una de las dos

---

(1) $x(10-x) = 10x - x^2$

$$\frac{10x - x^2}{10 - 2x} = 5 + \frac{1}{4}$$

$$10x - x^2 =$$

$$= 50 + 2\frac{1}{2} - 10x - \frac{1}{2}x =$$

$$= 52\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2}x$$

$$x^2 + 52\frac{1}{2} = 20\frac{1}{2}x$$

$$x = 10\frac{1}{4} - \sqrt{\left(10\frac{1}{4}\right)^2 - 52\frac{1}{2}} =$$

$$= 10\frac{1}{4} - 7\frac{1}{4} = 3.$$

$$10 - x = 7.$$

(2) $x(10-x) = 10x - x^2$

$$\frac{10x - x^2}{10 - 2x} = 5 + \frac{1}{4}$$

$$10x - x^2 =$$

$$= 10\frac{1}{2}x - 52\frac{1}{2}$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x = 52\frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 52\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} =$$

$$= 7\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 7.$$

$$10 - x = 3.$$

partes como incógnita, queda la otra diez menos la incógnita. Multiplica cada una de las dos por sí misma y suma los dos cuadrados (1), te resultará [página 29] cien unidades más dos cuadrados menos veinte incógnitas; después multiplica una de las dos partes por la otra y lo que resulta por lo que salió de la división de las dos, que es dos y un sexto; te resultará veintiuna incógnitas más dos tercios de incógnita menos dos cuadrados más un sexto de cuadrado; esto es igual a cien unidades más dos cuadrados menos veinte incógnitas. Algebriza con cada [término] disminuído y reduce términos semejantes (2), según se dijo; tendrás cuatro cuadrados más un sexto de cuadrado más cien unidades igual a cuarenta y una incógnitas más dos tercios de incógnita; reduce ahora todo lo que tienes a un solo cuadrado, lo cual harás tomando de cada especie de cantidades que tengas su quinto y el quinto de su quinto, y obtendrás un cuadrado y veinticuatro unidades igual a diez raíces. Opera según se dijo en la cuestión quinta; te resultará una de las dos partes seis, y la segunda cuatro (3).

(1) المربعين.

(2) Aquí se ve que *almocábala* debe interpretarse como reducción de términos semejantes.

(3) $\frac{x}{10-x} + \frac{10-x}{x} = 2 + \frac{1}{6}$

$$\frac{x^2 + (10-x)^2}{(10-x)\,x} = \frac{100 + 2\,x^2 - 20\,x}{(10-x)\,x} = 2 + \frac{1}{6}$$

$$100 + 2\,x^2 - 20\,x = 21\,x + \frac{2}{3}\,x - 2\,x^2 - \frac{1}{6}\,x^2$$

$$4\,x^2 + \frac{1}{6}\,x^2 + 100 = 41\,x + \frac{2}{3}\,x;\ [25\,x^2 + 600 = 250\,x];$$

$$x^2 + 24 = 10\,x;\ x = 6;\ 10 - x = 4.$$

Si ahora divides éste por aquél y aquél por éste, resulta [por suma] dos y un sexto, como se propuso.

Solamente hemos operado de esta manera, porque cuando uno de dos números se divide por el otro y éste por aquél y se suman los dos cocientes, si luego se multiplica cada uno de ellos por sí mismo y se suman los productos, esta suma será igual al producto del primero por el segundo multiplicado a la vez por la suma de los cocientes, como dice Euclides en su libro (1).

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, divido cada una de las dos por la otra, resto lo menor de lo mayor y queda cinco sextos.*

La regla para esto es que supongas una de las dos partes como incógnita, quedará la segunda diez menos la incógnita; multiplica cada una de las dos [partes] por sí misma y resta lo menor de lo mayor. Te quedan cien unidades menos veinte incógnitas. Multiplica después la incógnita por diez menos la incógnita; te resultará diez incógnitas menos un cuadrado; multiplica esto por los cinco [pág. 30] sextos restantes, antes mencionados; te resultará ocho incógnitas más un tercio de incógnita menos cinco sextos de cuadrado igual a cien unidades menos veinte incógnitas. Algebriza las ocho incógnitas más un tercio de incógnita con los cinco sextos de cuadrado, resultará ocho incógnitas más un tercio de incógnita, y habrás de

(1) Es decir que $a^2 + b^2 = ab \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$ es una identidad.

aumentar los cinco sextos de cuadrado a las cien unidades. Después algebriza las cien unidades con las veinte incógnitas, sumándolas a las ocho incógnitas más un tercio de la incógnita; tendrás veintiocho incógnitas más un tercio de la incógnita igual cinco sextos de cuadrado más cien unidades. Completa tu cuadrado [para que] sea cuadrado [único (1)], lo cual [se realiza] multiplicándolo por uno y un quinto; multiplica, por tanto, todos los términos que tienes por uno y un quinto; tendrás un cuadrado más ciento veinte unidades igual treinta y cuatro incógnitas. Divide por dos las raíces, multiplícalas por sí mismas, resta de lo que resulta las unidades, toma la raíz del resto, que es trece; réstalo de la mitad de las raíces; queda cuatro, que es una de las dos partes, y la otra es seis (2).

Si dividimos cada una de las dos [partes] por la otra y restamos lo menor de lo mayor, quedan cinco sextos.

La razón de operar así se funda en que cuando uno de dos números se divide por el otro y éste por aquél, y se restan el menor del mayor, si luego se multiplica

---

(1) Quiere decir que el coeficiente de x^2 sea la unidad.

(2) $\frac{10 - x}{x} - \frac{x}{10 - x} = \frac{5}{6}$; $100 + x^2 - 20x - x^2 = 100 - 20x$

$\frac{100 - 20x}{10x - x^2} = \frac{5}{6}$; $(10x - x^2)\frac{5}{6} = 100 - 20x$

$\frac{50}{6}x - \frac{5}{6}x^2 = 100 - 20x$; $8x + \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}x^2 = 100 - 20x$;

$8x + \frac{1}{3}x = \frac{5}{6}x^2 + 100 - 20x$; $28x + \frac{1}{3}x = \frac{5}{6}x^2 + 100$

$28x + 5x + \frac{3}{5}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{15}x = x^2 + 100 + 20$

$x^2 + 120 = 34x$; $x = \frac{34}{2} - \sqrt{\left(\frac{34}{2}\right)^2 - 120} = 17 - \sqrt{169} = 4$

$10 - x = 6.$

cada uno de los dos por sí mismo y se resta el resultado menor del mayor, lo que queda es igual al producto de uno de los dos por el otro, y después por aquel resto de la división de cada uno de los dos por el otro, como dijo Euclides en su libro (1).

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, multiplico una de las dos por cinco, divido lo que resulta por la segunda, tomo la mitad de lo que sale y resulta diez.*

[Pág. 31] La regla para esto es que supongas una parte como incógnita, queda la otra, diez menos la incógnita. Multiplica una de las dos por cinco; te resultan cinco incógnitas; si divides estas cinco incógnitas por diez menos la incógnita y tomas la mitad de lo que resulta, se tiene diez, como se propuso. El total de lo que sale [en el cociente] es veinte. Cuando multiplicamos lo que resulta de una división por el divisor, reaparece el dividendo; multiplica, pues, veinte por diez menos la incógnita; te resultará doscientos menos veinte incógnitas, igual a cinco incógnitas. Algebriza las doscientas unidades con las veinte incógnitas, añadiéndolas a las cinco incógnitas; te resultará veinticinco [incógnitas] igual a doscientas unidades. La incógnita es, pues, igual a ocho, que es una de las dos partes; la otra es dos (2).

---

(1) Es decir, que $a^2 - b^2 = ab\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$ es una identidad.

(2) $\frac{5x}{10 - x} : 2 = 10; \qquad \frac{5x}{10 - x} = 20$

$5x = 200 - 20x; \quad 25x = 200; \quad x = 8; \quad 10 - x = 2.$

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *el diez lo divido en dos partes, multiplico una de las dos por cinco, divido lo que resulta por la otra, tomo la mitad de lo que sale, lo añado al resultado de multiplicar una de las dos por cinco y el total es cincuenta.*

La regla para esto es que supongas una parte como incógnita, queda la segunda, diez menos la incógnita; multiplica una de las dos por cinco, te resultará cinco incógnitas. Si dividimos estas cinco incógnitas por diez menos la incógnita, tomamos la mitad de lo que sale y aumentámoslo a las cinco incógnitas, vale cincuenta, como se propuso. Mas si restamos las cinco incógnitas de cincuenta, queda cincuenta menos cinco incógnitas, que es la mitad de lo que sale. El total de lo que resulta es ciento menos diez incógnitas. Multiplícalas por diez menos la incógnita, el resultado será igual a cinco incógnitas. El producto de ciento menos diez incógnitas por diez unidades menos la incógnita, es mil unidades más diez cuadrados menos doscientas incógnitas; esto es igual a cinco [pág. 32] incógnitas. Algebriza los diez cuadrados más las mil unidades con las doscientas incógnitas disminuídas, sumándolas con las cinco incógnitas. Después reduce tu cuadrado a cuadrado único, lo cual consiste en que tomes de cada término de los que tienes su décimo; tendrás un cuadrado más cien unidades igual veinte incógnitas y media incógnita. Toma la mitad de las raíces, multiplícala por sí misma, resta de ello las unidades, toma la raíz de lo que queda, que es dos y un cuarto, réstalo de la mitad de las raíces, la cual es diez y cuarto, y queda ocho, que es una de las dos [partes]; la segunda [parte] es dos (1).

Si multiplicamos el ocho por cinco, dividimos lo que resulta por el dos, tomamos la mitad de lo que sale, que es diez, y lo añadimos al resultado de multiplicar el ocho por cinco, sumará cincuenta, como se propuso.

Si en el principio de este problema no doblases el cincuenta menos cinco incógnitas y las multiplicaras, sin doblar, por diez menos la incógnita, pondrías lo que te resultase enfrente de la mitad de cinco incógnitas y así saldría una de las dos partes, ocho, y la segunda dos (2).

Si quieres, ya sabes que el producto de una de las dos [partes] por cinco es cinco incógnitas; luego si dividimos estas cinco incógnitas por diez menos la incógnita, tomamos la mitad de lo que sale y lo añadimos a las cinco incógnitas, resultará cincuenta. Si restamos las cinco incógnitas de cincuenta, quedarán cincuenta menos cinco incógnitas; estas cincuenta menos cinco incógnitas representan el diez, que es la

---

(1) $\left(\frac{5x}{10-x}:2\right)+5x=50;\ \frac{5x}{10-x}:2=50-5x;$

$\frac{5x}{10-x}=100-10x;\ 1000+10x^2\quad 200x=5x;\ 10x^2+1000=205x;$

$x^2+100=20x+\frac{1}{2}x;\ x=\left(10+\frac{1}{4}\right)-\sqrt{\left(10+\frac{1}{4}\right)^2-100}=$

$$=\left(10+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{4}\right)=8;\ 10-x=2.$$

(2) **La ligera variante a que alude es**

$\left(\frac{5x}{10-x}:2\right)=50-5x;\ \frac{5x}{2}=500-50x-50x+5x^2;$

$5x=1000-200x+10x^2;\ 10x^2+1000=205x.$

mitad de lo que sale de la división en el problema anteriormente citado que precede a éste. Duplícalo ahora, como duplicaste el diez en el problema anterior, y multiplícalo por diez menos la incógnita, poniendo enfrente de lo que te resulte cinco incógnitas, como hiciste en el problema anterior, y te resultará una de las dos partes ocho y la segunda dos (1). Entérate.

[Pág. 33] CAPÍTULO DE LOS PROBLEMAS DE LOS CUADRADOS

Cuando se te diga: *si multiplico la raíz de un cuadrado más una unidad por su raíz más dos unidades y su resultado es treinta.*

La regla para ello es que tomes la raíz del cuadrado, la cual es la incógnita; añádele después la unidad que se ha dicho; luego, agrégale también a su raíz las dos unidades que se han mencionado y tendrás una incógnita más una unidad [multiplicado] por una incógnita más dos unidades igual treinta.

Resta de éste las dos unidades; te quedará veintiocho igual un cuadrado más tres incógnitas. Opera según lo que antecede, es decir, divide por dos las raíces, multiplícalas por sí mismas, añádelas a las veintiocho unidades y toma la raiz de lo que resulta, que es cinco y medio. Resta ahora de ello la mitad de

---

(1) Es una aclaración del primer planteo comparándolo con el del problema anterior, pues los planteos de ambos problemas son:

1.º... $\frac{5x}{10-x} : 2 = 10$; 2.º... $\frac{5x}{10-x} : 2 = 50 - 5x$.

las raíces, queda cuatro, que es la raíz del cuadrado, y el cuadrado es dieciséis (1).

La comprobación de esto es que añadas a la raíz del cuadrado, que es cuatro unidades, las dos unidades que se propusieron en el enunciado; después añádele la unidad que también se propuso al principio de la cuestión; multiplica después una de ellas por la otra; será el resultado treinta, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un cuadrado cuya raíz más dos unidades las multiplico por su raíz menos una unidad y resulta dieciocho.*

La regla es, según lo que antecede, que añadas a la raíz del cuadrado las dos unidades que se propusieron en el problema; después toma por segunda vez también, la raíz del cuadrado [pág. 34] y réstale la unidad, que según el enunciado del problema debe restarse. Tendrás [que de] el producto de la incógnita más dos unidades por la incógnita menos una unidad, te resultará un cuadrado más una incógnita menos dos unidades igual a dieciocho. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás un cuadrado más una incógnita igual veinte. Opera según lo que precede y te resulta cuatro, que es la raíz del cuadrado, y el cuadrado dieciséis (2).

---

(1) $(x+1)(x+2)=30;\ x^2+3x=28;$

$$x=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+28}-\frac{3}{2}=5+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=4;\ x^2-16.$$

(2) $(x+2)(x+1)=18;\ x^2+x=20;$

$$x=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+20}-\frac{1}{2}=4+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=4;\ x^2=16.$$

[Para su comprobación] tomamos su raíz más dos unidades, que son seis, lo multiplicamos por su raíz menos una unidad, que son tres, y vale dieciocho. Compréndelo.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *multiplico la raiz de un cuadrado menos dos unidades por su raíz menos una unidad y vale seis.*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado a fin de que tenga raíz, tomes su raíz y restes de ella las dos unidades; te quedará una incógnita menos dos unidades; después toma otra vez su raíz y resta de ella la unidad; te quedará una incógnita menos una unidad; multiplica ahora la incógnita menos una unidad por la incógnita menos dos unidades; te resultará un cuadrado más dos unidades menos tres incógnitas igual seis unidades. Algebriza las seis unidades con aquello mismo con que algebrizas el cuadrado más dos unidades, y tendrás tres incógnitas más seis unidades igual un cuadrado más dos unidades. Resta las dos unidades de las seis unidades y te quedará un cuadrado igual tres incógnitas más cuatro unidades.

He reducido, pues, [este problema] a la cuestión sexta. Opera según lo que antecede; te resultará cuatro, que es la raíz del cuadrado, y el cuadrado dieciséis (1).

(1) $(x-2)(x-1)=6;\ x^2=3x+4;$

$$x=\frac{3}{2}+\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+4}=\frac{3}{2}+2\cdot\frac{1}{2}=4;\ x^2=16.$$

Cuando multiplicamos la raíz del cuadrado menos una unidad, que es tres, por su raíz menos dos unidades, que es dos, vale seis, como se propuso.

[Pág. 35] PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *de un cuadrado multiplico su tercio por su cuarto y reaparece el cuadrado con aumento de veinticuatro unidades.*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como incógnita, multipliques su tercio por su cuarto, te resultará medio sexto (1) de cuadrado igual al cuadrado más veinticuatro unidades. El cuadrado lo hemos puesto como incógnita, luego tienes medio sexto de cuadrado igual a la incógnita más veinticuatro unidades. Multiplica ahora todo lo que tienes por doce, pues así completarás todo lo que tienes, a fin

---

(1) Al multiplicar $\frac{1}{3}$ por $\frac{1}{4}$ resulta $\frac{1}{12}$, pero en el cálculo de fracciones acostumbran los árabes a reducirlas a fracción de fracción buscando siempre denominadores inferiores a 10. Así pues, en lugar de $\frac{1}{12}$ expresa el valor de esta fracción por $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{6}$.

Asimismo en la nota 1, pág. 54, encuentra el lector el valor de $\frac{1}{64}$ bajo la forma $\frac{1}{8}$ *de* $\frac{1}{8}$. Casos análogos pueden verse en las notas de las págs. 59 y 73.

Bobynin, Eisenlohr, Cantor, Favaro y otros matemáticos (tomando como base el estudio del papiro de Rhind), han hecho investigaciones acerca del cálculo de las fracciones cuyo numerador es la unidad, y acerca de la expresión de las fracciones mediante unidades fraccionarias de denominador menor que 10.

de que sea un cuadrado único (1). Multiplica lo que va con él (2), por aquello por lo cual se multiplicó y tendrás un cuadrado igual doce raíces más doscientas ochenta y ocho unidades. Opera según lo que antecede en la cuestión sexta, te resultará la incógnita [igual] veinticuatro. Habiendo puesto el cuadrado como incógnita, el cuadrado será veinticuatro (3).

Si multiplicamos su tercio por su cuarto vale cuarenta y ocho, que excede al cuadrado en veinticuatro, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *de un cuadrado multiplico su tercio más una unidad, por su cuarto más una unidad y vale veinte.*

La regla para esto es que multipliques un tercio de la incógnita más una unidad por un cuarto de la incógnita más una unidad. Aplica el *almocábala* a las veinte unidades; con lo que te resulte te saldrá el cuadrado, doce, que es el valor de la incógnita, la cual es el cuadrado.

Ahora si multiplicamos su tercio más una unidad

---

(1) Literalmente *entero*; ya hemos dicho que quiere decir que se haga igual a la unidad el coeficiente de x^2.

(2) O sea, el coeficiente.

(3) $x^2 = y$; $\frac{y}{3} \cdot \frac{y}{4} = y + 24$; $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} y^2 = y + 24$; $y^2 = 12\,y + 288$;

$$y = 6 + \sqrt{36 + 288} = 6 + 18 = 24;\ x^2 = 24.$$

De no emplear la incógnita auxiliar resultaría una ecuación bicuadrada $x^4 = 12\,x^2 + 288.$

por su cuarto más una unidad vale veinte, como se propuso.

Según las reglas del *chéber* y *almocábala* sale [página 36] medio sexto de cuadrado más tres sextos de la incógnita más medio sexto de la incógnita más una unidad igual veinte unidades. Resta ahora la unidad de las veinte y algebriza medio sexto de cuadrado, a fin de que tengas un solo cuadrado, lo cual se consigue multiplicándolo por doce. Multiplicando todo lo que tienes por doce, tendrás un cuadrado más siete incógnitas igual doscientas unidades más veintiocho unidades. Opera según lo que se dijo en la cuestión cuarta; te resultará el valor de la incógnita, doce, que es el cuadrado pedido (1). Comprende [lo dicho] y acertarás, si Dios quiere, ensalzado sea.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un cuadrado lo multiplico por su tercio y se convierte en cuatro semejantes al cuadrado.*

La regla para esto es, según lo que antecede, que supongas tu cuadrado como incógnita y lo multipliques por su tercio, según se propuso; te resultará un tercio de cuadrado igual a cuatro semejantes al cua-

---

(1) $x^2 = y;\ \left(\frac{y}{3} + 1\right)\left(\frac{y}{4} + 1\right) = 20;$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}y^2 + \frac{3}{6}y + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}y + 1 = 20;$$

$$y^2 + 6y + y = 19 \cdot 12 = 228;\ y^2 + 7y = 228;$$

$$y = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 228} - \frac{7}{2} = 15 + \frac{1}{2} - \frac{7}{2} = 12.$$

drado, que son cuatro incógnitas. Algebriza el tercio del cuadrado, lo cual [se hace] multiplicándolo por tres; multiplica, pues, todo lo que tienes por tres; te resultará un cuadrado igual doce incógnitas, que es el valor de la incógnita, la cual es el cuadrado (1).

Ahora si lo multiplicamos por su tercio resulta cuatro semejantes al cuadrado, como se propuso, es decir, cuarenta y ocho.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un cuadrado lo multiplico por su tercio más una unidad y se convierte en cinco semejantes al cuadrado.*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como incógnita; después, lo multiplicas por su tercio más una unidad, te resultará un tercio de cuadrado más una incógnita igual cinco incógnitas. Resta la incógnita de las cinco incógnitas, te quedarán cuatro incógnitas; y será un tercio de cuadrado [pág. 37] igual cuatro incógnitas. Algebriza lo que tienes para que resulte un cuadrado único y esto se hace multiplicándolo por tres; multiplica, pues, todo lo que tienes por tres y te resultará en este problema un cuadrado igual doce raíces.

Te he reducido, pues, [este problema] a la cuestión primera; opera, por consiguiente, según lo que antecede, y te resultará la raíz, doce; y el cuadrado, como

---

(1) $x^2 = y$; $y \cdot \frac{y}{3} = 4y$; $\frac{1}{3} y^2 = 4y$; $y^2 = 12y$; $y = 12$; $x^2 = 12$.

lo hemos puesto como incógnita, resulta doce (1).

Si multiplicamos el tercio del cuadrado más una unidad por el cuadrado, el producto será cinco semejantes al cuadrado, o sea sesenta.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un cuadrado lo multiplico por su tercio y se convierte en dos semejantes al cuadrado más veinticuatro unidades.*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como incógnita, según precede inmediatamente; después lo multiplicas por su tercio como se ha propuesto y tendrás un tercio de cuadrado igual a dos incógnitas más veinticuatro unidades. Algebriza el tercio del cuadrado, a fin de que resulte cuadrado único, lo cual se hace multiplicándolo por tres; multiplica, pues, todo lo que tienes por tres; te resultará un cuadrado igual a seis incógnitas más setenta y dos unidades.

He reducido, pues, [este problema] a la cuestión sexta; opera según lo que antecede, y te resultará el valor de la incógnita, que se supuso por el cuadrado, doce (2).

Si ahora lo multiplicamos por su tercio se convertirá en dos semejantes al cuadrado más veinticuatro unidades, como se propuso.

---

(1) $x^2 = y$; $y\left(\frac{y}{3} + 1\right) = 5y$; $\frac{y^2}{3} + y = 5y$; $\frac{1}{3}y^2 = 4y$; $y^2 = 12y$; $y = 12$; $x^2 = 12$.

(2) $x^2 = y$; $\frac{y^2}{3} = 2y + 24$; $y^2 = 6y + 72$, $y = 3 + \sqrt{9 + 72} = 12$; $x^2 = 12$.

PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *a un cuadrado le resto su tercio y tres unidades; después multiplico el resto por sí mismo y [el resultado] es igual al cuadrado [propuesto].*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como incógnita. Después resta [de él] su tercio más tres unidades [pág. 38], te quedará dos tercios de la incógnita menos tres unidades; multiplica ahora esto por sí mismo, te resultará cuatro novenos de cuadrado más nueve unidades menos cuatro incógnitas igual al cuadrado. Tienes, pues, cuatro novenos de cuadrado más nueve unidades igual cinco incógnitas. Algebriza todo lo que tienes para que tengas un cuadrado único; esto [se hace] multiplicándolo por dos y cuarto. Te resultará un cuadrado más veinte unidades más un cuarto igual once incógnitas más un cuarto de incógnita. Toma la mitad de las raíces, que es cinco y cinco octavos, multiplica esto por sí mismo; te resultará treinta y uno más cinco octavos más un octavo de octavo; resta de esto las unidades; te quedará once más tres octavos [más un octavo de octavo. Toma su raíz] y añádela a la mitad de las raíces; será nueve, que es el cuadrado (1).

---

(1) $x^2 = y$; $\left[y - \left(\frac{y}{3} + 3\right)\right]^2 = y$; $\frac{4}{9}y^2 - 4y + 9 = y$;

$\frac{4}{9}y^2 + 9 = 5y$; $y^2 + 9 \cdot \frac{9}{4} = 5 \cdot \frac{9}{4} \cdot y$; $y^2 + 20 + \frac{1}{4} = \left(11 + \frac{1}{4}\right)y$

$$y = 5 + \frac{5}{8} + \sqrt{\left(5 + \frac{5}{8}\right)^2 - \left(20 + \frac{1}{4}\right)} =$$

Si restas su tercio más tres unidades, y multiplicas el residuo por sí mismo, que es tres unidades, se convierte en el cuadrado, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *de un cuadrado resto su tercio y su cuarto y cuatro unidades, multiplico lo que queda por sí mismo y es igual al cuadrado más doce unidades.*

La regla es que supongas tu cuadrado como incógnita; después resta su tercio y su cuarto y cuatro unidades; queda cinco partes de doce de la incógnita (1) menos cuatro unidades; multiplica esto por sí mismo, te resultará veinticinco ciento cuarenta y cuatro-avos de cuadrado menos tres incógnitas y un tercio de incógnita más dieciséis unidades, esto es igual al cuadrado primero más doce unidades, o sea una incógnita más doce unidades; resta ahora las unidades de las unidades; añade las incógnitas del menos (2) a la incógnita del más; tendrás veinticinco ciento cuarenta y cuatro-avos de cuadrado más cuatro unidades

---

$$= 5 + \frac{5}{8} + \sqrt{\left(31 + \frac{5}{8} + \frac{1}{8} \text{ de } \frac{1}{8}\right) - \left(20 + \frac{1}{4}\right)} =$$

$$= 5 + \frac{5}{8} + \sqrt{11 + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \text{ de } \frac{1}{8}} = 5 + \frac{5}{8} + 3 + \frac{3}{8} = 9;\ x^2 = 9.$$

(1) Este es el modo árabe de expresar los números fraccionarios: *cinco partes de doce de la incógnita*, quiere decir *los cinco doceavos de la incógnita.* En adelante haremos la traducción moderna de esta expresión y sus análogas.

(2) Literalmente *las que se restan*, es decir, las que llevarían el signo menos en la ecuación y por lo tanto deben restarse.

igual a cuatro incógnitas más un tercio de incógnita. Algebriza lo que tienes hasta que resulte un cuadrado único; esto se hace multiplicándolo por cinco más tres [pág. 39] quintos más cuatro quintos de quinto, o sea por cinco más diecinueve veinticinco avos. Multiplica todo lo que tienes por cinco más diecinueve veinticinco-avos y tendrás un cuadrado más veintitrés unidades más un veinticinco-avo de unidad igual veinticuatro raíces más veinticuatro veinticinco avos de raíz. Halla la mitad de las raíces, que es doce raíces más doce veinticinco-avos de la raíz; multiplícala por sí misma, te resultará ciento cincuenta y cinco más cuatrocientos sesenta y nueve seiscientos veinticinco-avos. Resta de ellas las unidades; te quedan ciento treinta y dos más cuatrocientos cuarenta y cuatro seiscientos veinticinco-avos, porque el quebrado que va con las unidades es veinticinco-avos (1), y cuando lo conviertes en seiscientos veinticinco-avos (2), lo encuentras igual a veinticinco seis cientos veinticinco-avos. Toma su raíz, lo cual [harás] multiplicando las unidades [que van] con la fracción por seiscientas veinticinco (3); te resultará ochenta y dos mil nuevecientos cuarenta y cuatro. Toma la raíz de lo que resulta, que es doscientos ochenta y ocho; divide esto por la raíz de seiscientos veinticinco; te resultará once más trece veinticinco avos; súmalas a la mitad de las raíces, que es doce más doce veinticinco-avos; te

(1) Literalmente: *el quebrado que va con las unidades es de veinticinco [en la unidad].*

(2) Literalmente: *en partes de seiscientas veinticinco [en la unidad].*

(3) Es decir, reduciendo el número mixto a quebrado.

resultará el cuadrado buscado, que es veinticuatro (1).

Si restas su tercio y su cuarto y cuatro unidades, como se había propuesto, quedan seis, y multiplicando esto por sí mismo reaparece el cuadrado más doce unidades.

Si quieres resuelve el problema en la forma que opera Abucámil (2) en su libro de *alchéber*, es decir, que supongas el cuadrado como cuadrado menos doce

---

(1) $\left(x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - 4\right)^2 = x + 12$; $\left(\frac{5}{12} x - 4\right)^2 = x + 12$;

$\frac{25}{144} x^2 - 3\frac{1}{3} x + 16 = x + 12$; $\frac{25}{144} x^2 + 4 = \left(4 + \frac{1}{3}\right) x$;

Multiplicando ahora por $\frac{144}{25} = 5 + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}$ resulta:

$x^2 + \frac{576}{25} = \frac{13}{3} \cdot \frac{144}{25} \cdot x$; $x^2 + 23 + \frac{1}{25} = 24\, x + \frac{24}{25} x$;

$$x = 12 + \frac{12}{25} + \sqrt{\left(12 + \frac{12}{25}\right)^2 - \left(23 + \frac{1}{25}\right)} =$$

$$= 12 + \frac{12}{25} + \sqrt{\frac{82944}{625}} = 12 + \frac{12}{25} + 11 + \frac{13}{25} = 24.$$

(2) El nombre de este autor oriental es

ابو كامل شجاع بن اسلم الحاسب

(Abucámil Xochá Benáslam).

Abenjaldún (*Prolegomènes*, tomo III, pág. 135) considera a Abucámil como sucesor inmediato de Mohámed Abenmusa Aljuarizmi, y según Sedillot (*Materiaux pour servir &*, pág. 447, nota) era contemporáneo del citado Aljuarizmi.

Con el apodo de «El calculador» se encuentra citado por Benabiosaibia (tomo I, pág. 207).

Respecto a la obra científica legada por Abucámil, véanse:

Karpinski: The algebra of Abu Kamil Shoja b. Aslam. (Bibl. math. Eneström, 1912, págs. 40-55).

Suter: Die Abhandlung des Abu Kamil Shoga b. Aslam über das Fünfeck und Zehneck. (Bibl. math. Eneström, 1910, págs. 15-42).

Hachi Jalifa, n.º 9738: El Kamil fi el jebr we el mocábelet, liber perfectus de æquatione per reductionem, auctore Abu Shajá b. Aslem.

unidades y restes su tercio y su cuarto. El resto son cinco doce-avos de un cuadrado menos (pág. 40) cinco unidades; después resta las cuatro unidades que se mencionaron, quedan cinco doce-avos de un cuadrado menos nueve unidades; multiplica esto por sí mismo; es igual a un cuadrado más doce unidades. Habíamos supuesto nuestro cuadrado como cuadrado menos doce; los cinco doce-avos de un cuadrado menos nueve unidades, cuando los multiplicamos por sí mismos, valen un cuadrado. Esto es la raíz del cuadrado que es la incógnita. Tienes, pues, cinco doce-avos de un cuadrado menos nueve igual a la incógnita. Algebriza los cinco doce-avos con las nueve unidades añadiéndolos a la incógnita; tendrás cinco doce-avos de cuadrado igual a una incógnita más nueve unidades; multiplica todo lo que tienes por dos más dos quintos, te resultará la cuestión sexta [por la cual] te saldrá la incógnita, seis, y el cuadrado, treinta y seis. Habíamos supuesto nuestro cuadrado, cuadrado menos doce, que es veinticuatro (1). La operación que antes hemos mencionado [primeramente] es más sencilla para el principiante, porque supone el cuadrado desconocido como incógnita, que es lo que se hace en la mayor parte de los problemas; la operación segunda, que menciona Abucámil, es más adecuada a los números. Compréndelo.

---

(1) $y^2 = x^2 - 12;\ x^2 - 12 - \frac{x^2-12}{3} - \frac{x^2-12}{4} = \frac{5}{12}x^2 - 5;$

$$\left(\frac{5}{12}x^2 + 9\right)^2 = x^2;\ \frac{5}{12}x^2 - 9 = x;\ x^2 = \frac{12}{5}x + \frac{108}{5};$$

$$x = \frac{12}{10} + \sqrt{\frac{144+2160}{100}} = \frac{12}{10} + \frac{48}{10} = 6;$$

$$x^2 = 36;\ y^2 = 36 - 12 = 24.$$

PROBLEMA ANÁLOGO

Si te te dice: *los dos tercios del quinto de un cuadrado, son igual al séptimo de su raíz.*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado a fin de que tenga raíz. Después toma dos tercios de su quinto, esto es, dos tercios de un quinto de un cuadrado, y esto es igual a un séptimo de su raíz, es decir, un séptimo de incógnita. Completa esto a fin de que sea un cuadrado [único], lo cual se hace multiplicándolo por siete y medio; multiplica, pues, todo lo que tienes por siete y medio y encontrarás (pág. 41) un cuadrado igual una raíz más la mitad de un séptimo de raíz.

Te he reducido [este problema] a la cuestión primera; por consiguiente, la raíz es uno más medio séptimo y el cuadrado es uno más un séptimo más un cuarto del séptimo de un séptimo (1).

Si tomamos dos tercios del quinto de este cuadrado resulta igual al séptimo de su raíz. Compréndelo.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *tres cuartos de un quinto de un cuadrado es igual a cuatro quintos de su raíz.*

La regla para esto es como en [el problema] ante-

---

(1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot x^2 = \frac{1}{7} x$; $x^2 = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} x$; $x = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7}$;

$$x^2 = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7}\right)^2 = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7}.$$

rior; tendrás tres cuartos de un quinto de cuadrado igual a cuatro quintos de la incógnita. El cuadrado es igual a cinco incógnitas más un tercio de la incógnita, y la raíz del cuadrado cinco más un tercio. El cuadrado es veintiocho más cuatro novenos (1).

Si tomamos cuatro quintos de la raíz de este cuadrado será igual a tres cuartos de su quinto, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un cuadrado lo multiplico por su raíz y resultan tres semejantes al cuadrado.*

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado, con objeto de que tenga raíz; multiplícalo por su raíz, es decir, por la incógnita; se tiene un cubo igual a tres cuadrados, puesto que si la incógnita se multiplica por el cuadrado, el resultado es [igual a] tres cuadrados [según el enunciado]. Dirás [ahora]: ¿qué número se ha de multiplicar por un cuadrado a fin de que resulte tres cuadrados? Encontrarás que ese número es tres. Este es el valor de la incógnita; el cuadrado es el producto de éste por sí mismo, o sea, nueve. Esto es lo que deseabas conocer (2). Compréndelo.

---

(1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} x^2 = \frac{4}{5} x;\ x^2 = 5x + \frac{1}{3} x;\ x = 5 + \frac{1}{3};\ x^2 = 28 + \frac{4}{9}$.

(2) $x^3 = 3x^2;\ x \times x^2 = 3x^2;\ x = 3$.

[Pág. 42] PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *de un cuadrado resto su tercio; después multiplico lo que queda por tres raíces del cuadrado primero* y *se convierte en el cuadrado primero*.

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado; resta su tercio, te quedará dos tercios de cuadrado; multiplica esto por tres raíces del cuadrado primero, que son tres incógnitas, te resultará dos cubos; estos dos son iguales al cuadrado primero, que es un cuadrado. Divide los dos cubos por el cuadrado; te resultará dos incógnitas igual a una unidad, porque si las dos incógnitas se multiplican por un cuadrado serán un cuadrado, ya que él es igual a los dos cubos, y dirás: ¿qué número se multiplicará por un cuadrado para que el resultado sea un cuadrado? Encontrarás que ese número es una unidad. Luego una incógnita es un medio de unidad, y el cuadrado un cuarto de unidad. El cuadrado buscado es, pues, un cuarto de unidad (1).

Ahora, si restas su tercio, te quedará un sexto de unidad; si lo multiplicas por tres raíces del cuadrado primitivo, como tres raíces del cuadrado es una unidad y media, te resultará un cuarto, porque un sexto de unidad más medio sexto es un cuarto de unidad y esto es igual al cuadrado primitivo.

Si quieres dirás: dos tercios de un cuadrado que se multiplican por tres raíces del cuadrado son dos cubos. Los dos cubos son iguales al cuadrado porque

---

(1) $\frac{2}{3}x^2 \times 3x = 2x^3 = x^2;\ 2x = 1;\ x = \frac{1}{2};\ x^2 = \frac{1}{4}$.

se puso como condición que había de convertirse en el cuadrado. Ahora bien, tres raíces de cuadrado multiplicadas por dos tercios de cuadrado se convierten en un cuadrado. Las tres raíces son una unidad y media, porque cuando multiplicas una unidad y media por dos tercios de cuadrado resulta un cuadrado. Las tres raíces son, pues, igual a una unidad y media. La raíz es un medio, y el cuadrado un cuarto (1). Compréndelo.

PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *de un cuadrado se restan cuatro raíces suyas; después tomas el tercio de lo que queda y es igual a cuatro raíces.*

[Pág. 43] La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado y restes cuatro raíces suyas, te quedará un cuadrado menos cuatro raíces. Toma el tercio de este resto que es (2) un tercio del cuadrado menos una raíz y [menos] un tercio de raíz; esto es igual a cuatro raíces del cuadrado. Algebriza el tercio del cuadrado con la raíz y el tercio de la raíz y añádelo a las

---

(1) $\frac{2}{3}x^2 \times 3x = 2x^3 = x^2$ por hipótesis;

$$3x = 1 + \frac{1}{2} \text{ porque } \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{3}x^2 = x^2$$

$$x = \frac{1}{2};\ x^2 = \frac{1}{4}.$$

(2) Literalmente: *toma* el tercio de este resto *con* un tercio del cuadrado. La frase *tomar ... con ...* es, pues, compuesta de una parte imperativa (la anterior a *con*) y otra explicativa (la que sigue a *con*).

cuatro raíces; tendrás un tercio de cuadrado igual cinco raíces más un tercio de raíz. El cuadrado es igual a dieciséis raíces, esto [o sea, dieciséis] es la raíz del cuadrado y el cuadrado es doscientos cincuenta y seis (1).

Si ahora restas de esto cuatro veces su raíz quedará ciento noventa y dos; si tomamos el tercio de esto, encontramos que es sesenta y cuatro, lo cual es igual a cuatro raíces.

Si quieres, ya sabes que lo que queda de un cuadrado después de restar las cuatro raíces es un cuadrado menos cuatro raíces y que el tercio de esto es igual a cuatro raíces; por consiguiente, el residuo, sin que se tome su tercio, es igual a doce raíces; por tanto, tienes que un cuadrado menos cuatro raíces es igual a doce raíces. Algebriza ahora el cuadrado con las cuatro raíces, añadiéndolas a las doce raíces; tendrás un cuadrado igual a dieciséis raíces. La raíz es, pues, dieciséis y el cuadrado doscientos cincuenta y seis (2).

La comprobación según lo que antecede.

PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *de un cuadrado resto su tercio y su cuarto, multiplico lo que queda por sí mismo y* [*el resultado*] *es igual al cuadrado.*

---

(1) $$\frac{x^2-4x}{3}=\frac{x^2}{3}-x-\frac{1}{3}x=4x$$

$$\frac{x^2}{3}=5x+\frac{1}{3}x;\ x^2=16x;\ x=16;\ x^2=256.$$

(2) $$\frac{x^2-4x}{3}=4x;\ x^2-4x=12x;\ x^2=16x;\ x=16;\ x^2=256.$$

(Es una variante en la preparación de la ecuación).

La operación para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado y restes su tercio y su cuarto, el resto será dos sextos de cuadrado más medio sexto de cuadrado. Se ha dicho que el resto cuando se multiplica por sí mismo es igual al cuadrado, luego el resto es aquí incógnita. La incógnita es igual, pues, a dos sextos de cuadrado más medio sexto de cuadrado, y el cuadrado es igual a dos incógnitas más dos quintos de incógnita.

Te he reducido, pues, [este problema] a la cuestión primera; el cuadrado pedido es cinco más tres quintos más cuatro quintos de un quinto (1).

Si dijera el enunciado: multiplico el resto por sí mismo y resulta el cuadrado más una unidad o menos una unidad [pág. 44] o el duplo del cuadrado o algo semejante a esto, no resultará [el problema] con esta operación y la necesidad te obligará a que supongas tu cuadrado como incógnita y continúes el problema como se ha expuesto en lo que antecede en los demás problemas (2). Apréndelo.

---

(1) $$\left[x^2 - \frac{x^2}{3} - \frac{x^2}{4}\right]^2 = \left[\frac{2}{6}x^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}x^2\right]^2 = x^2;$$

$$\left[\frac{5}{12}x^2 = x;\ x^2 = \frac{12}{5}x\right];\quad x^2 = 2x + \frac{2}{5}x;\ x = 2 + \frac{2}{5};$$

$$x^2 = \left[\frac{144}{25}\right] = 5 + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}.$$

(2) En este párrafo expone algunas variantes que puede haber en el enunciado del problema anterior, que obligarían a tomar una incógnita auxiliar para que no resulte la ecuación bicuadrada. Las ecuaciones que traducen los nuevos enunciados son éstas:

$$x^2 = y;\quad \left(\frac{5}{12}y\right)^2 = y + 1;$$

[CAPÍTULO] PROBLEMA ANÁLOGO EN LA DIVISIÓN

Si se te dice: *entre dos cuadrados hay* [*la diferencia*] *de diez unidades, y* [*si*] *divides el menor por el mayor, resulta tres cuartos.*

La regla para esto es que supongas uno de los dos cuadrados como incógnita, es decir, el menor; el mayor será [igual a] una incógnita más diez unidades. Si dividimos la incógnita por la incógnita más diez, resultará tres cuartos, como se propuso. Cuando multiplicamos lo que resulta de una división por el divisor reaparece el dividendo; por tanto, multiplica tres cuartos por la incógnita más diez, te resultará tres cuartos de la incógnita más siete unidades y media igual a una incógnita. Aplica el *chéber* y *almocábala*, es decir, resta tres cuartos de incógnita de una incógnita, te quedará un cuarto de incógnita igual siete y media. La incógnita es, pues, igual a treinta, que es el cuadrado menor; el mayor ha de exceder al menor en diez unidades, según lo que se propuso, luego el mayor será cuarenta (1).

Si ahora dividimos treinta por cuarenta sale tres cuartos, como se propuso.

$$x^2 = y; \quad \left(\frac{5}{12}y\right)^2 = y - 1;$$

$$x^2 = y; \quad \left(\frac{5}{12}y\right)^2 = 2y.$$

El autor quiere hacer ver con estos ejemplos que no se puede extraer la raíz cuadrada de los dos miembros más que en el caso de que sean cuadrados perfectos.

(1) $$\frac{x}{y} = \frac{x}{x+10} = \frac{3}{4}; \quad \frac{3}{4}x + \frac{30}{4} = \frac{3}{4}x + 7 + \frac{1}{2} = x;$$

$$x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x = 7 + \frac{1}{2}; \quad x = 30; \quad y = x + 10 = 40.$$

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *divido ciento por veinte más una incógnita, y se obtiene, es decir, resulta de la división, un tercio de la incógnita.*

[Pág. 45]. La regla para esto es que multipliques el veinte más la incógnita, por lo que resulta de la división, que es un tercio de la incógnita. Te resultará un tercio de cuadrado más seis incógnitas más dos tercios de incógnita, lo cual es igual a cien unidades. Algebriza tu cuadrado a fin de que tengas un cuadrado único, lo cual se hace multiplicándolo por tres; multiplica, pues, cada término que tienes por tres; te resultará un cuadrado más veinte incógnitas igual a trescientas unidades.

Te he reducido, pues, [este problema] a la cuestión cuarta. Opera según lo que antecede en la cuarta [cuestión], o sea, que dividas por dos las raíces y las multipliques por sí mismas; sumes lo que resulta al número, [es decir, a las unidades]; extraigas la raíz de lo que queda y restes la mitad de las raíces. Así tendrás el valor de la incógnita, que es diez (1).

Ahora, si dividimos las cien unidades por las veinte más diez, sale tres más un tercio, que es lo mismo que un tercio del diez añadido [al veinte] que hemos sustituído en lugar de la incógnita.

---

(1) $\frac{100}{20+x} = \frac{x}{3}$; $\frac{x^2}{3} + 6\,x + \frac{2}{3}\,x = 100$;

$x^2 + 20\,x = 300$; $x = \sqrt{100 + 300} - 10 = 10$.

PROBLEMA ANÁLOGO

Se dividen cincuenta unidades entre varios hombres y toca a cada uno de ellos una incógnita. Después aumentas en tres [el número de] hombres y divides entre [todos] ellos las cincuenta [unidades] y toca a cada uno de los postreros tres y tres cuartos de unidad menos de lo que les tocó a los primeros. [¿Cuál es el número de hombres?]

La regla para esto es que multipliques los hombres primeros por la diferencia que hay entre lo que tocó a uno de los primeros y a uno de los postreros. Lo que resulta divídelo por la diferencia que hay entre los hombres primeros y los postreros. Lo que salga multiplícalo por los hombres postreros y el producto iguálalo con el número dividendo (1). Has de poner, pues, los hombres primeros como incógnita; multiplica esto [pág. 46] por la diferencia entre lo que toca a uno de los hombres postreros y uno de los primeros, que es tres más tres cuartos; te resultará tres incógnitas más tres cuartos de incógnita. Divide ahora esto por la diferencia entre los hombres primeros y los postreros, que es tres, y te resultará una incógnita más un cuarto de incógnita. Multiplícalo por los hombres postreros, que son una incógnita más tres; te resultará un cuadrado más un cuarto de cuadrado más tres incógnitas más tres cuartos de incógnita. Esto es igual a cincuenta. Toma ahora de todo lo que tienes sus cua-

---

(1) Al margen dice: es decir, 50. Es la única vez en que en el manuscrito se encuentra un número escrito en símbolo.

tro quintos y tendrás un cuadrado (1) más tres incógnitas igual cuarenta. Opera según precede en la

---

(1) Al margen del folio 28 r.°, aparece la siguiente glosa, de letra distinta a la del copista:

«¡Sea Dios muy alabado! La explicación de esta operación es que si se divide primeramente cincuenta unidades por la incógnita, resulta un cociente que es [una porción] B más tres y tres cuartos; después se divide por segunda vez asimismo las cincuenta unidades por la incógnita más tres y resulta la porción B solamente. Es preciso que el producto de todo el cociente primero por la incógnita sea cincuenta unidades y el producto de la porción B, tan sólo, por la incógnita ha de ser cincuenta menos el producto de tres y tres cuartos por la incógnita. Luego es necesario que este segundo valor sea el producto de multiplicar la porción B por tres unidades. Si lo dividimos por tres unidades resultará la porción B que es la incógnita más un cuarto de incógnita, o sea el resultado de la división segunda. Multiplicado por la incógnita más tres, el resultado será igual a cincuenta unidades, te resultará, pues, la incógnita igual a cinco. Apréndelo... Nota marginal.»

Esta nota aclaratoria del problema, resuelve éste de la siguiente manera:

Sea x el número de hombres. Sea B la porción que a cada uno corresponde en el segundo reparto, es decir, cuando el número de hombres es $x + 3$.

Sabemos, por el enunciado, que en el primer reparto la porción es $3 + \frac{3}{4}$ mayor que en el segundo reparto; luego se podrá escribir

$$1.^{\text{er}}\ \text{reparto}\ldots\quad \frac{50}{x} = B + 3 + \frac{3}{4} \qquad (a)$$

$$2.^{\text{o}}\ \text{reparto}\ldots\quad \frac{50}{x+3} = B \qquad (b)$$

De la ecuación *(a)* resulta:

$$B \cdot x = 50 - \left(3 + \frac{3}{4}\right) x$$

Por ser B la porción que corresponde a los $x + 3$ hombres en el segundo reparto, es preciso que [cuestión] cuarta; saldrá que los hombres primeros son cinco (1).

Cuando divides por éstos las cincuenta unidades, resulta para cada uno de ellos diez, y cuando aumentas a ellos, tres, y divides cincuenta por lo que resulta, te sale para cada uno de los postreros seis y un cuarto.

$$\left(3+\frac{3}{4}\right)x = 3\,B \quad \text{o sea} \quad \left(1+\frac{1}{4}\right)x = B$$

Teniendo ahora en cuenta la ecuación *(b)*, tendremos:

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)x\,(x+3) = 50,$$

que es la ecuación que consigna el texto. (Véase la nota que sigue.)

(1) El razonamiento que sigue es éste:

Sea H_1 el número de hombres primeros y H_2 el número de los postreros; si cada uno de los H_1 recibe en el segundo reparto $3+\frac{3}{4}$ menos que en el primer reparto, los H_1 recibirán $H_1\left(3+\frac{3}{4}\right)$ menos. Como este valor se lo reparten entre los tres hombres que se añaden para el segundo reparto, lo que corresponde a cada uno de los tres, será $\frac{H_1\left(3+\frac{3}{4}\right)}{3}$. Según esto, cada hombre de los H_2 recibe $\frac{H_1\left(3+\frac{3}{4}\right)}{3}$; luego entre todos, que son $H_2 = H_1 + 3$ recibirán $\frac{H_1\left(3+\frac{3}{4}\right)}{3} \times (H_1+3)$ lo cual ha de ser 50. La ecuación que plantea el problema, llamando x al número H_1 es, pues,

$$\left(x+\frac{x}{4}\right)(x+3) = 50.$$

De la cual resulta:

$$x^2+\frac{x^2}{4}+3\,x+\frac{3}{4}\,x = 50;\quad \frac{5}{4}\,x^2+\frac{15}{4}\,x = 50;$$

$$x^2+3\,x = 40;\quad x = \sqrt{\frac{9}{4}+40}-\frac{3}{2} = 5.$$

Había salido para cada uno de los primeros diez; luego ha resultado ser la diferencia entre lo que toca [página 47] a uno de los primeros y uno de los postreros, tres y tres cuartos.

Si quieres divide tres más tres cuartos por tres; lo que resulte multiplícalo por la incógnita; lo que sea el producto multiplícalo por los hombres postreros, y lo que salga iguálalo a cincuenta (1).

La prueba de esto es evidente y clara, puesto que el producto de lo que ha resultado al fin por los hombres postreros es como el producto de lo que sale primeramente por los hombres primeros, ya que cuando multiplicas lo que resulta de una división por el divisor se obtiene el dividendo primero.

Este problema, por lo tanto, tiene cuatro números: el producto del primero (que es el resultado final) por el cuarto (que son los hombres postreros), es como el producto del segundo (que es lo que sale primeramente) por el tercer número (que es los hombres primeros). Por consiguiente, la relación del primero (que es el resultado final) al segundo (que es el resultado primero) es como la relación de la incógnita (que es los hombres primeros) respecto de la incógnita más tres (que es los hombres postreros).

Cuando restamos (2), resulta que la relación en-

---

(1) Indica en este párrafo la ligera variante que sigue:

$$\left(\frac{3+\frac{3}{4}}{3}\,x\right)(x+3)=\left(1+\frac{1}{4}\right)x(x+3)=\left(x+\frac{x}{4}\right)(x+3)=50.$$

(2) Se refiere a la transformación de una proporción, cuando se resta cada antecedente de su consecuente y se sustituye este resto por el consecuente o el antecedente respectivo, es decir, el paso de

$a:b::c:d$ a $a:b-a::c:d-c$

tre el resultado final y tres más tres cuartos es como la relación de la incógnita a tres, y cuando cambiamos (1) se tiene que la relación de tres más tres cuartos a tres es como la relación del resultado final respecto de la incógnita, [o sea] una unidad (2) mas un cuarto de unidad, que es, por consiguiente, una incógnita más un cuarto de incógnita. Si se multiplica [esto] por los hombres postreros reaparece el cincuenta. Compréndelo (3).

Asimismo es la demostración de la operación pri-

---

(1) Se refiere a la transformación de una proporción, cuando se invierten los términos medios o los extremos o cuando se ponen los medios como extremos.

(2) Hemos traducido مثال como unidad, aunque literalmente se refiere al ejemplo.

(3) El mismo problema lo resuelve ahora el autor por proporciones, razonando así:

Los cuatro números que intervienen en el problema son:

1.° La porción que corresponde a cada hombre en el segundo reparto, que podemos llamar $B - \left(3 + \frac{3}{4}\right)$.

2.° La porción que corresponde a cada uno en el primer reparto, que será B.

3.° El número de hombres en el primer reparto, sea x.

4.° El número de hombres en el segundo, que será $x + 3$.

Como, por hipótesis, se verifica que

$$50 : x = B \qquad 50 : (x + 3) = B - \left(3 + \frac{3}{4}\right)$$

resulta ser

$$x \cdot B = (x + 3)\left[B - \left(3 + \frac{3}{4}\right)\right]$$

y por consiguiente

$$B - \left(3 + \frac{3}{4}\right) : B :: x : x + 3.$$

Restando ahora cada antecedente de su consecuente, resulta:

mera, porque cuando se divide el tres más tres cuartos por tres y se multiplica lo que resulta por la incógnita, es como multiplicar el tres más tres cuartos por la incógnita y dividir lo que resulta por tres. Esto es evidente, porque cada uno de dos números dividido por el otro y multiplicado lo que resulta por un tercero, es como multiplicar el uno de los dos por el tercero y dividir el producto por el segundo.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *a un cuadrado que tenga raíz, si le añades cinco unidades ha de tener también raíz.*

Has de saber que este problema es un *siala* (1), que se resuelve por varios procedimientos.

$$B - \left(3 + \frac{3}{4}\right) : B - B + 3 + \frac{3}{4} :: x : x + 3 - x$$

o sea $B - \left(3 + \frac{3}{4}\right) : 3 + \frac{3}{4} :: x : 3.$

Esta proporción puede escribirse también de este modo:

$$3 + \frac{3}{4} : 3 :: B - \left(3 + \frac{3}{4}\right) : x.$$

Como la primera razón es igual a $1 + \frac{1}{4}$ se tendrá que

$$B - \left(3 + \frac{3}{4}\right) = x\left(1 + \frac{1}{4}\right) = x + \frac{x}{4}$$

Por lo tanto, si $x + \frac{x}{4}$ es lo que corresponde a cada hombre, en el segundo reparto se verificará que

$$\left(x + \frac{x}{4}\right)(x + 3) = 50.$$

(1) Dejamos la palabra *siala* porque traducirla por *enigma*, como hace Dozy *(Suppl. aux Dict. ar.)* no nos parece muy adecuado. Sería mucho mejor traducirla por *problema indeterminado.*

[Pág. 48] La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado, a fin de que tenga raíz. Añádele cinco unidades; es preciso que esto tenga raíz [según el enunciado]. Supón por raíz suya lo que quieras después de aplicar el *almocábala;* es decir, que añadas a la incógnita un número cuyo producto por sí mismo sea menor que las cinco unidades añadidas al cuadrado. Es, por ejemplo, como si hubieses puesto una incógnita más uno. Multiplica la incógnita más uno por sí misma, te resultará un cuadrado más dos incógnitas más una unidad igual a un cuadrado más las cinco unidades antedichas en el enunciado del problema. Aplica el *chéber* y *almocábala;* te resultará la raíz, dos y el cuadrado, cuatro. Si ahora le añades las cinco unidades anteriormente citadas en el enunciado del problema, tendrá también raíz.

Mas si supones como raíz del cuadrado más las cinco unidades añadidas una incógnita más dos y aplicas el *almocábala* con lo que te resulte de multiplicar por sí mismo y [con] el cuadrado más las cinco unidades citadas, te resultará la raíz un cuarto de unidad y el cuadrado medio octavo. El cuadrado tiene raíz y si le añades cinco unidades también tiene raíz, porque el resultado es cinco y medio octavo y su raíz es dos y un cuarto (1).

Del mismo modo lo sacarás [el problema] con lo que quieras [poner por raíz].

---

(1) $x^2 + 5 = y^2$ Suponiendo $y = x + 1$ resulta:
$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 = x^2 + 5;\ 2x + 1 = 5;\ x = 2;\ x^2 = 4.$
Pero si se supone $y = x + 2$ se obtiene:
$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 = x^2 + 5;\ 4x = 1;\ x = \frac{1}{4};\ x^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}.$

PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *un cuadrado tiene raiz y si se resta de él diez unidades, [también] tiene el resto raíz.*

Este problema es también un *siala.*

La regla es que supongas tu cuadrado como cuadrado para que tenga raíz, resta de él diez unidades, según se propuso; quedará un cuadrado menos diez unidades. Y ahora, por ejemplo, pones su raíz como una incógnita menos una unidad; multiplícala por sí misma, te resultará un cuadrado más una unidad menos dos incógnitas igual un cuadrado menos diez unidades. Aplica el *chéber* y *almocábala;* resulta el valor de la incógnita cinco y medio y el cuadrado treinta más un cuarto, el cual tiene raíz.

Si restas de él las diez unidades quedará veinte más un cuarto que también tiene raíz.

[Pág. 49] Si supones la raíz del cuadrado menos diez unidades como una incógnita menos dos unidades y haces *almocábala* con un cuadrado menos diez unidades y con lo que te resulta de multiplicar aquello por sí mismo, te saldrá por valor de la incógnita tres y medio, y del cuadrado, doce y un cuarto (1).

Si restas de esto las diez unidades también tendrá raíz exacta el resto.

---

(1) $x^2 - 10 = y^2$

Suponiendo $y = x - 1$ resulta.

$(x - 1)^2 = x^2 + 1 - 2\,x = x^2 - 10;\ 11 = 2\,x;\ x = 5 + \frac{1}{2};\ x^2 = 30 + \frac{1}{4}$

Pero si se supone $y = x - 2$ se obtiene:

$(x - 2)^2 = x^2 + 4 - 4\,x = x^2 - 10;\ 14 = 4\,x;\ x = 3 + \frac{1}{2};\ x^2 = 12 + \frac{1}{4}.$

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un cuadrado tiene raíz y si le añades tres raíces suyas, también tiene raíz.*

Has de saber que este problema es también un *siala* como los anteriores.

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado a fin de que tenga raíz. Añádele tres raíces suyas, te resultará un cuadrado más tres incógnitas. Esto es preciso que tenga raíz. Pon, pues, por raíz suya lo que quieras después de que hagas *almocábala* con el número, lo cual consiste en que supongas su raíz como incógnita y le añadas un número que sea menor que la mitad del número de las raíces precitadas en el enunciado del problema. Es, por ejemplo, como si pones una incógnita más una unidad; multíplicalo por sí mismo; te resultará un cuadrado más dos incógnitas más una unidad igual a un cuadrado más tres raíces. Aplica el *chéber* y *almocábala*; te resultará el valor de la incógnita uno, que es el valor del cuadrado y que tiene raíz. Si le añades tres raíces suyas te resultará cuatro, que también tiene raíz.

Asimismo si supones la raíz del cuadrado más tres raíces como una incógnita más media unidad, te resultará un cuadrado distinto de aquel que te resultó cuando lo pusimos como una incógnita más una unidad, puesto que este problema es un *siala* como los anteriores (1).

---

(1) $x^2 + 3x = y^2$

Suponiendo $y = x + 1$ resulta:

PROBLEMA ANÁLOGO EN LA RESTA

Si se te dice: *un cuadrado tiene raíz y si restas de él seis raíces suyas, tendrá también lo que queda raíz.*

Este problema es también un *siala* como los que preceden.

La regla para esto es que supongas tu cuadrado como cuadrado a fin de que tenga raíz; resta [página 50] de él seis raíces suyas; quedará un cuadrado menos seis incógnitas. Esto tiene también raíz; pondrás, pues, por raíz de esto lo que quieras después de hacer *almocábala* con el número, es decir, que supongas una incógnita menos un número [que sea] mayor que la mitad de las raíces. Es, por ejemplo, como si lo supones una incógnita menos cuatro en este problema. Aplica el *almocábala* con lo que resulte y con un cuadrado menos seis raíces; te resultará el valor de la incógnita ocho y el cuadrado sesenta y cuatro, que tiene raíz (1).

Asimismo si supones la raíz del cuadrado menos seis raíces, una cosa distinta de la incógnita menos cuatro; te resultará un cuadrado distinto del que antecede, puesto que el problema es un *siala*. Compréndelo.

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x;\ x = 1;\ x^2 = 1$$

Pero si se supone $y = x + \frac{1}{2}$ se obtiene:

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4} = x^2 + 3x;\ 2x = \frac{1}{4};\ x = \frac{1}{8};\ x^2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot$$

(1) $x^2 - 6x = y^2$

Suponiendo, por ej., $y = x - 4$ resulta:

$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16 = x^2 - x;\ \ 16 = 2x;\ \ x = 8;\ \ x^2 = 64.$

PROBLEMA ANÁLOGO DE LOS CUADRADOS

Si se te dice: *a un cuadrado le añado su tercio y una unidad, resto de lo que resulta su tercio y una unidad y no queda nada.*

La operación para esto es que supongas tu cuadradrado como incógnita; añádele su tercio y una unidad; resultará una incógnita más un tercio de incógnita más una unidad; resta su tercio; quedan ocho novenos de la incógnita más dos tercios de unidad igual a una unidad, porque se ha enunciado en el problema que se ha de restar del resto una unidad, después de restar el tercio del resultado y no ha de quedar nada. Dirás, pues, [como] los dos tercios de la unidad son iguales a dos terceras partes de unidad, queda un tercio de unidad igual a ocho novenos de la incógnita; la incógnita es igual [pues] a tres octavos (1).

La prueba de esto es que sumes a los tres octavos su tercio y una unidad; resulta uno y medio; si restas del resultado su tercio y una unidad no queda nada, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *la raíz de un cuadrado menos la raíz de su raíz es tres cuartos.*

La operación para esto es que supongas tu cuadra-

---

(1) $x + \frac{x}{3} + 1 - \frac{x}{3} - \frac{x}{9} - \frac{1}{3} - 1 = 0$

$x + \frac{x}{3} + 1 - \frac{x}{3} - \frac{x}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8}{9}x + \frac{2}{3} = 1; \frac{8}{9}x = \frac{1}{3}; x = \frac{3}{8}.$

do como cuadrado del cuadrado a fin de que su raíz tenga raíz. Toma la raíz del cuadrado del cuadrado, que es un cuadrado, y réstale su raíz, que es [pág. 51] una incógnita; quedará un cuadrado menos una incógnita igual a tres cuartos. Algebriza el cuadrado con la incógnita y añádela a los tres cuartos; tendrás un cuadrado igual a una incógnita más tres cuartos de unidad.

Te he reducido, pues, este [problema] a la cuestión sexta. Por lo tanto, divide por dos las raíces, multiplícalas por sí mismas, suma lo que resulta con los tres cuartos, toma la raíz del resultado y súmala con la mitad del número de las raíces. Lo que resulta es la incógnita, que es uno y medio. Esta es la raíz de la raíz; la raíz es dos y cuarto; el cuadrado es cinco y medio octavo (1).

La prueba de esto consiste en que tomes la raíz de cinco y medio octavo, que es dos y cuarto, restes de los dos y cuarto su raíz, que es uno y medio, quedará tres cuartos, como se propuso.

PROBLEMA ANÁLOGO DE COMERCIO

Si se te dice: *un hombre tiene un capital; comercia con él y lo dobla; da de limosna una unidad; después comercia con el resto y lo dobla; vuelve a dar de li-*

---

(1) Sea el cuadrado $y = x^4$

$$x^2 - x = \frac{3}{4};\; x^2 = x + \frac{3}{4};\; x - \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2};$$

$$x^2 = 2 + \frac{1}{4};\; y = x^4 = 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}.$$

mosna dos unidades; comercia después con el resto y lo dobla; vuelve a dar de limosna tres unidades y le quedan veinte. ¿Cuánto es el capital?

La regla para esto es que supongas tu capital como incógnita y lo dobles, como se propuso; será dos incógnitas. Se da de limosna una unidad; queda dos incógnitas menos uno. Después comercia con el resto y lo dobla; será cuatro incógnitas menos dos unidades. Se da de limosna dos unidades; queda cuatro incógnitas menos cuatro unidades. Se comercia con esto y se dobla; será, pues, ocho incógnitas menos ocho unidades. Se da de limosna tres unidades; será ocho incógnitas menos once unidades igual a los veinte que se propusieron. Aplica el *chéber* y *almocábala;* te resultará el capital tres y siete octavos; esto es lo que deseabas conocer (1).

Si ahora doblas las tres unidades y siete octavos, restas del resultado una unidad, después doblas lo que queda, restas del resultado dos, doblas lo que queda y restas del resultado tres, te quedarán veinte, como se propuso.

[Pág. 52] PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un hombre tiene un capital; comercia con él y lo dobla; da de limosna una unidad; comercia con el resto y lo dobla; da de limosna dos unidades; después comercia con el resto y lo dobla; da de limos-*

---

(1) x; $2x$; $2x - 1$; $4x - 2$; $4x - 4$; $8x - 8$; $8x - 11 = 20$;

$$8x = 31;\ x = 3 + \frac{7}{8}.$$

na tres unidades y no queda nada del capital. ¿Cuánto es el capital?

La regla para esto es que supongas tu capital como incógnita; después, dóblalo, según se propuso; tendrás dos incógnitas; da de limosna una unidad, te quedará dos incógnitas menos uno; comercia con el resto y se dobla; serán cuatro incógnitas menos dos unidades; da de limosna dos unidades; quedarán cuatro incógnitas menos cuatro unidades; comercia con ello y se dobla; serán ocho incógnitas menos ocho unidades; da de limosna tres unidades; serán ocho incógnitas menos once unidades igual nada (1). Aplica el *chéber* y *almocábala;* te resultará el capital uno y tres octavos, que es lo que deseabas conocer (2).

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *un hombre tiene un capital; lo divide por mitad con un hombre y le da además una unidad; después parte igualmente el resto con un segundo hombre y le añade dos unidades; después parte el resto con un tercer hombre y le añade tres unidades. Le quedan diez unidades. ¿Cuánto era el capital?*

La regla para esto es que supongas tu capital como incógnita; lo divide con un hombre, quedará media incógnita; después le añade una unidad y le queda

(1) Literalmente *no cosa*, de modo que no emplea la palabra *safar* = cero.

(2) x; $2x$; $2x - 1$; $4x - 2$; $4x - 4$; $8x - 8$; $8x - 11 = 0$;

$$8x = 11;\ x = 1 + \frac{3}{8}.$$

media incógnita menos una [pág. 53] unidad; después parte el resto con el segundo hombre; le queda un cuarto de incógnita menos media unidad; después le añade dos unidades y queda en su mano un cuarto de incógnita menos dos y media; después divide el resto con un tercer hombre y le da, además, tres unidades; le quedará un octavo de incógnita menos cuatro unidades y un cuarto igual a diez. Aplica el *chéber* y *almocábala;* te sale el capital ciento catorce, que es lo que deseabas conocer (1)..

CAPÍTULO DE LAS DOTES

Si se te dice: *una mujer se ha casado con tres maridos; la ha dotado el primero con una cantidad desconocida, la ha dotado el segundo con tres cantidades semejantes a la en que la dotó el primero y la ha dotado el tercero con cuatro cantidades semejantes a la en que la dotó el segundo. El resultado total es ochenta. ¿Cuánto es la dote [que le dió] cada uno de ellos?*

La regla para esto es que supongas lo que la dió en dote el primero como incógnita; será lo que la dió el segundo tres incógnitas, será lo que la dió en dote el tercero doce incógnitas. Son dieciséis incógnitas igual ochenta. Divide el ochenta por las dieciséis incógnitas. Resulta lo que la dió en dote el primero cinco y el segundo quince y el tercero sesenta (2).

Suma todo esto y será ochenta, como se propuso.

---

(1) $x;\ \frac{x}{2} - 1;\ \frac{x}{4} - \frac{1}{2};\ \frac{x}{4} - \left(2 + \frac{1}{2}\right);\ \frac{x}{8} - \left(4 + \frac{1}{4}\right) = 10$

$$x - 34 = 80;\ x = 114.$$

(2) $x + 3x + 12x = 16x = 80;\ x = 5.$

SEGUNDO PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *una mujer se ha casado con tres maridos; la dotó el primero con una cantidad desconocida, la dotó el segundo con cuatro semejantes a lo en que la dotó el primero más una unidad, la dotó el tercero con tres semejantes a lo en que la dotó el segundo más tres unidades. El total es cincuenta y ocho. ¿Cuánto es la cantidad desconocida?*

[Pág. 54] La regla para esto es que supongas lo que la dió en dote el primero como incógnita; será lo que la dió en dote el segundo cuatro incógnitas más uno; será lo que la dió en dote el tercero doce incógnitas más seis unidades. Si juntas todo lo que la dió en dote cada uno de ellos alcanza a diecisiete incógnitas más siete unidades igual a la suma de lo que la dieron [en dote] que es cincuenta y ocho. Aplica el *chéber* y *almocábala*; resultará lo que la dió en dote el primero tres, el segundo trece y el tercero cuarenta y dos (1).

TERCER PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *una mujer ha estado casada con tres maridos*; *la dió en dote el primero una cantidad desconocida*; *la dió en dote el segundo la raíz de lo que la dió el primero*; *la dió en dote el tercero tres cantidades semejantes a la en que la dotó el segundo. El total es treinta y dos.*

---

(1) $x+(4x+1)+(12x+6)=17x+7=58;\ 17x=51;\ x=3.$

La regla para esto es que supongas lo que la dió en dote el primero como cuadrado; será lo que la dió en dote el segundo la raíz del cuadrado, que es una incógnita; será lo que la dió en dote el tercero tres cantidades semejantes a lo que la dió el segundo, o sea tres incógnitas. Tendrás un cuadrado más cuatro incógnitas igual treinta y dos. Divide por dos las incógnitas, multiplícalas por sí mismas, tendrás cuatro; súmalo con treinta y dos, te resultará treinta y seis. Toma su raíz (1), que son seis; resta de ella la mitad de las raíces, que son dos, quedará cuatro, que es la raíz del cuadrado; el cuadrado es dieciséis. Esto es lo que la dió en dote el primero; la dió en dote el segundo la raíz de dieciséis; y la dió en dote el tercero tres semejantes a lo que la dió en dote el segundo, que es doce (2).

Si sumas lo que la dió en dote el primero, el segundo y el tercero te resultará treinta y dos, como se propuso.

[Pág. 55] CUARTO PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *una mujer se ha casado con tres maridos; la dió en dote el primero una cantidad desconocida, la dotó el segundo con la raíz de lo que la dotó el primero más una unidad, y la dotó el tercero con tres cantidades semejantes a lo en que la dotó el segundo más cuatro unidades. El total es cuarenta.*

---

(1) Literalmente dice: Toma su raíz *por* seis. Tanto en esta frase como en otras muchas iguales a ésta, la preposición árabe *bi* (por) debe traducirse como lo hemos hecho en el texto.

(2) $x^2 + x + 3x = x^2 + 4x = 32;\ x = \sqrt{4 + 32} - 2 = 4;\ x^2 = 16.$

La regla para esto es que supongas lo que la dió en dote el primero, como cuadrado; será lo que la dió en dote el segundo una raíz del cuadrado más una unidad, o sea una incógnita más uno; será lo que la dió en dote el tercero tres semejantes a lo en que la dotó el segundo más cuatro unidades, es decir, tres incógnitas más siete unidades. Tendrás un cuadrado más cuatro incógnitas más ocho unidades igual cuarenta. Aplica el *almocábala* y opera según precede en la cuestión cuarta de las seis cuestiones; te resultará lo que la dió en dote el primero, dieciséis; la dotó el segundo con raíz de lo que la dotó el primero más una unidad, o sea cinco, y la dotó el tercero con tres semejantes a lo en que la dió en dote el segundo más cuatro unidades, por lo tanto, diecinueve unidades (1).

Si ahora sumas lo que la dió en dote cada uno de ellos, te resultará cuarenta, como se propuso. Compréndelo.

CAPÍTULO DE LOS PROBLEMAS DEL TRIGO Y LA CEBADA

Diez cahices de trigo y cebada se venden: cada cahiz de trigo por cinco [unidades] y cada cahiz de cebada por dos. El total es cuarenta y cuatro. ¿Cuántos cahices hay de trigo y cuántos de cebada?

La regla para esto es que supongas el número de los cahices de trigo como incógnita, queda la cebada [pág. 56] diez menos la incógnita; después multi-

(1) $x^2 + (x + 1) + (3x + 7) = x^2 + 4x + 8 = 40$; $x^2 + 4x = 32$ que es la misma ecuación del problema anterior.

plica el trigo por el precio a que se vende cada cahiz; te resultará por valor suyo cinco incógnitas. Multiplica los cahices de cebada por el precio a que se vendió cada cahiz; te resultará por valor suyo veinte unidades menos dos incógnitas. La suma de todo esto te resultará veinte unidades más tres incógnitas igual a cuarenta y cuatro. Resta ahora el veinte del cuarenta y cuatro, te quedan veinticuatro igual a tres incógnitas. La incógnita es ocho, que es el trigo; y la cebada, lo que queda de diez, que es dos (1).

Si se vende el trigo a cinco unidades, resulta, por valor suyo, cuarenta, y la cebada a dos unidades, resulta, para su valor, cuatro. De modo que viene a ser el resultado de la suma cuarenta y cuatro, como se propuso.

SEGUNDO PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *se compran tres cahices de trigo por diez unidades; se compra no se sabe cuánta cebada por doce unidades; se vende cada cahiz de trigo por el valor de cada cahiz de cebada; se vende cada cahiz de cebada por el valor de cada cahiz de trigo, y hay un excedente de cuatro unidades.*

La regla es que supongas la cebada como incógnita; después divide las doce unidades por la incógnita, te resultará doce dividido por la incógnita, lo cual es el precio de cada cahiz de cebada; divide el diez por

---

(1) $$\left.\begin{array}{lr} x \text{ cahices de trigo.....} & 5x \\ 10 - x \text{ cahices de cebada...} & 20 - 2x \end{array}\right\} 20 + 3x = 44$$

$$3x = 24;\ x = 8;\ 10 - x = 2.$$

el tres, que es el número de cahices de trigo, te resultará tres y un tercio; esto es, el precio por el cual se compró cada cahiz de trigo. Multiplica el número de la cebada, que es la incógnita, por el precio por el cual se ha vendido cada cahiz de trigo, que es tres y un tercio; te resultará tres incógnitas más un tercio de incógnita; esto es lo que resulta para valor de la cebada. Multiplica después los cahices de trigo por el precio a que se vendió cada cahiz de cebada, que es doce dividido por la incógnita, te resultará [pág. 57] treinta y seis dividido por la incógnita. Suma todo esto, y lo que resulte será el valor del trigo más el valor de la cebada obtenidos en la venta. Lo que te resulta es tres incógnitas más un tercio de incógnita más treinta y seis unidades divididas por la incógnita; esto es igual al valor del trigo, que es diez, mas el valor de la cebada, que es doce, y además las cuatro unidades que [hemos dicho] había de exceso. La suma total es igual a veintiséis. Multiplica ahora por la incógnita (1) todo lo que tienes, puesto que si el resultado de dividir treinta y seis por la incógnita, lo multiplicas por la incógnita, será treinta y seis. Tendrás, por lo tanto, tres cuadrados más un tercio de cuadrado más treinta y seis unidades sin dividir (2) igual a veintiséis incógnitas. Toma de cada término

---

(1) Ignora el autor que al multiplicar por la incógnita introduce una solución extraña, puesto que como veremos en seguida, admite para valores de la incógnita 6 cahices y 1 cahiz más $\frac{4}{5}$ de cahiz. Este segundo valor es la solución extraña del problema.

Es digno de observar, sin embargo, que la comprobación del problema la realiza sólo para el caso de ser $x = 6$.

(2) Quiere decir *enteras*.

que tienes tres décimas suyas; y cuando tomes tres décimas partes de todo lo que tienes, te saldrá un cuadrado más diez unidades más cuatro quintos de unidad igual a siete incógnitas más cuatro quintos de incógnita. Divide por dos las incógnitas, que resulta ser tres y nueve décimas; multiplícalas por sí mismas, te resultará quince más un quinto más un décimo de un décimo. Resta de ellas las diez unidades y los cuatro quintos de unidad; te quedará cuatro unidades más dos quintos más un décimo de un décimo. Toma su raíz [que es] dos y un décimo. Si le añades a la mitad de las raíces, te resulta seis, que es la [cantidad de] cebada desconocida.

Si quieres, resta dos más un décimo de la mitad de las raíces, te quedará uno más cuatro quintos que es la cebada desconocida (1).

---

(1) Sea x los cahices de cebada.

$\frac{12}{x}$ será el precio de cada cahiz de cebada.

$\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$ será el precio de cada cahiz de trigo.

$x\left(3 + \frac{1}{3}\right) = 3x + \frac{x}{3}$ será el valor de la cebada.

$3 \cdot \frac{12}{x} = \frac{36}{x}$ será el valor del trigo.

$3x + \frac{x}{3} + \frac{36}{x} = 10 + 12 + 4$ será la ecuación que resuelve el problema.

$3x^2 + \frac{x^2}{3} + 36 = 26x;\ \frac{10}{3}x^2 + 36 = 26x;\ x^2 + \frac{108}{10} = \frac{78}{10}x.$

El autor da esta ecuación en la siguiente forma:

$$x^2 + 10 + \frac{4}{5} = 7x + \frac{4}{5}x$$

y obtiene el valor x así:

La prueba de esto es como se ha dicho anteriormente, o sea que la cebada son seis cahices y se los vende por doce unidades; se vende, pues, cada cahiz por dos unidades. Se vende cada cahiz de trigo por tres y un tercio. Cuando se vende la cebada, que son seis cahices, a tres y un tercio, que es el precio del trigo, resulta veinte unidades. Vendidos los tres cahices de trigo a razón de dos unidades, que es el precio por el que se vendió cada cahiz de cebada, te resulta seis unidades. El total son veintiséis unidades. Luego resulta que el capital [obtenido] es veintidós y un exceso de cuatro unidades, como se propuso.

(Pág. 58) TERCER PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *diez cahices de cebada y trigo los vendo cada uno de ellos por un precio. Sumo después los valores de ambos, y lo que resulta ha de ser igual a la diferencia que hay entre los dos precios más el exceso de lo que hay entre las dos medidas.*

Has de saber que este problema es un *siala*.

La regla para esto es que supongas para el trigo, el [número de cahices], que quieras de los diez; quedará la cebada el resto de los diez. Es, pues, como si supones que el trigo son seis cahices; quedará la

---

$$x = \sqrt{\left(3+\frac{9}{10}\right)^2 - \left(10+\frac{4}{5}\right)} \pm \left(3+\frac{9}{10}\right) =$$

$$= \sqrt{\left(15+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\right) - \left(10+\frac{4}{5}\right)} \pm \left(3+\frac{9}{10}\right) =$$

$$= \sqrt{4+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}} \pm \left(3+\frac{9}{10}\right); \quad x_1 = 6; \quad x_2 = 1+\frac{4}{5}.$$

cebada cuatro cahices. Vendes el trigo por [el número] que quieras de incógnitas; como si vendes [v. gr.] cada cahiz de trigo por una incógnita; te resultará para su valor seis incógnitas. Vendes la cebada por [el número] que quieras; como, [por ejemplo], si vendes cada cahiz por media incógnita; te resultará para su valor dos incógnitas. Suma ahora el valor [del trigo y la cebada] y te resultarán ocho incógnitas. Han de ser iguales a la diferencia que hay entre las dos medidas, que es dos, más la diferencia que hay entre los dos precios, que es media incógnita. Resta ahora la media incógnita de las ocho, te quedará siete incógnitas y media incógnita igual a dos. La incógnita es, pues, igual a un quinto de unidad y un tercio de su quinto (1). Este el precio por el que se vendió el trigo; el valor de los seis cahices será una unidad y tres quintos de unidad. Cada cahiz de cebada se vendió

---

(1) Este problema es indeterminado, existiendo una relación entre tres incógnitas; pero el autor da a una de ellas (el número de cahices de trigo) el valor 6, y a otra de ellas (el precio de la cebada) le da un valor igual a $\frac{1}{2}$ de la tercera incógnita. Es decir, que siendo x el número de cahices de trigo, y el precio del trigo y z el precio de la cebada, se verificará, según el enunciado, la relación:

$$xy + 10z - xz = (y - z) + 2x - 10$$

Abenbéder supone $x = 6$, $z = \frac{y}{2}$ y resuelve el problema de este modo:

Los 6 cahices de trigo valen..... $6y$
Los 4 cahices de cebada valen... $2y$

$$8y = (6 - 4) + \left(y - \frac{y}{2}\right) = 2 + \frac{y}{2};\ 7y + \frac{y}{2} = 2;$$

$$y = \left[\frac{4}{15}\right] = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}.$$

por la mitad de lo que se vendió cada cahiz de trigo, que es dos tercios de un quinto de unidad. Multiplica ahora cuatro por dos tercios de un quinto; te resultará dos quintos y dos tercios de un quinto, lo cual es igual al valor total de la cebada. Súmalo con el valor del trigo, que es uno y tres quintos, y te resultará dos y dos tercios de un quinto, que es igual al exceso que hay entre las dos medidas, más la diferencia que hay entre los dos precios; porque lo que hay entre las dos medidas, más lo que hay entre los dos precios, es dos y dos tercios de un quinto. Luego los dos números son iguales, como se propuso (1).

[Pág. 59] CUARTO PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *se venden tres especies de cereales: trigo, cebada y mijo. El trigo se vende cada cahiz por cuatro unidades, la cebada por dos unidades y el mijo cada cahiz por media unidad. De las tres especies se venden cien cahices que valen cien unidades. ¿Cuántos cahices hay de trigo, cuántos cahices de cebada y cuántos cahices de mijo?*

La regla para esto es que pongas los cahices de trigo como incógnita y los cahices de cebada como *unidades* (2); te quedan los cahices de mijo ciento me-

---

(1) El autor dice de este problema que es un *siala*, es decir, indeterminado, porque asignando a x y z otros valores cualesquiera, resulta para y un valor que satisface al problema y que se deduce directamente de la ecuación

$$y = \frac{x(z+2) - 11z - 10}{x - 1}.$$

(2) Literalmente *dinares*. Es indudable que el autor propone con este problema la resolución de la ecuación de primer grado con dos incógnitas; para evitar, por una parte, la confusión que origina-

nos una incógnita menos el número [que se haya puesto]. Después vendes cada cahiz de los de trigo por cuatro *unidades*, te resulta cuatro incógnitas; después vendes cada cahiz de cebada por dos unidades, resultará por valor suyo dos unidades. El total de las tres especies es cien unidades. Resta el valor del trigo y de la cebada del valor de las cien; te quedará ciento menos cuatro incógnitas menos dos unidades; este es el valor del mijo en la *relación* que hemos mencionado. Su valor en una *relación* distinta de ésta lo obtendrás si multiplicas el número de cahices por la mitad de una unidad, que es el precio por el que se vende cada cahiz. Te resultará por valor suyo cincuenta menos media incógnita menos la mitad de las unidades [de cebada]; esto ha de ser igual al precio anterior, que es ciento menos cuatro incógnitas menos dos unidades. Resta las cincuenta de las ciento y te quedará cincuenta igual a tres incógnitas más media incógnita más una unidad y media unidad.

Busca dos números enteros [tales] que al multiplicar uno de ellos por tres y medio y el segundo por uno y medio, resulte cincuenta; encontrarás que el número multiplicado por tres y medio si quieres es uno y si quieres cuatro y si quieres siete y si quieres diez y si quieres trece [pág. 60].

---

ría el llamar *xai* (incógnita) tanto a los cahices de trigo como a los de cebada y para indicar, por otra parte, que a la segunda incógnita se puede asignar un valor numérico arbitrario, emplea las palabras *xai* y *dinar* del mismo modo que hoy empleamos las letras x e y.

Debemos advertir a este propósito que Woepcke, en el «Extrait du Fakhrî», págs. 11 y 139, indica que la *primera* incógnita suele designarse شيء = *cosa* y a la *segunda* se la denomina قسم = *parte* o bien قسمة = *medida*.

La regla para esto, [es decir], para encontrar el número, es que multipliques el tres y medio por un número que dé un producto menor que cincuenta y dividas el resto (1) por uno y medio; te ha de resultar un número entero porque la mayor parte de los casos en que se emplea esta clase [de problemas] es para pájaros, bestias de carga y la mayor parte de los animales en los que no es factible la división de ellos, como mulas, caballos, asnos y otros semejantes a éstos; por eso hemos dicho: busca dos números enteros [tales] que al multiplicar uno de ellos por tres y medio y el segundo por uno y medio, te resulte un número entero, como hemos dicho. Si supones, pues, que el trigo es cuatro y lo multiplicas por tres y medio te resultará catorce; réstalo de cincuenta, quedará treinta y seis; multiplica las unidades por uno y medio, [resulta que son] treinta y seis, las unidades aquí son veinticuatro; esto es la cebada. Si sumas ahora el trigo y la cebada vale veintiocho; réstalo de ciento; te quedará setenta y dos; esto es el mijo (2).

---

(1) Que es $50 - 3\frac{1}{2}$.

(2) Para resolver este problema comienza el autor por suponer

x... el número de cahices de trigo

$4x$... será su valor en unidades de dinero.

Hace después

y... el número de cahices de cebada

$2y$... será su valor en unidades de dinero.

Así resultará

$100 - x - y$... el número de cahices de mijo

$100 - 4x - 2y$... será su valor en unidades de dinero, porque los valores del trigo, de la cebada y del mijo han de sumar 100.

Pero por otra parte se supone que el precio del mijo es media unidad por cahiz, luego

Si vendes cada cahiz de mijo por media unidad obtienes treinta y seis; resulta para el valor de la cebada cuarenta y ocho y para el valor del trigo dieciséis. De este modo sale ciento [cahices] en ciento [unidades].

Esta es la manera de operar en todo este capítulo.

Si no encontraras dos números enteros [tales] que al multiplicar uno de ellos por tres y medio y el segundo por uno y medio, lleguen a igualar el cincuenta, puedes suponer el número del mijo como unidades y el trigo como incógnita y operar según antecede. Igualmente, si tampoco así te resulta el problema, entonces supondrás para el trigo el resto de cien y opera según lo que antecede. Y si tampoco sacas este problema numérico (1), entonces sustituye alguno de los números y haz con ellos estas operaciones, según antecede.

$50 - \frac{x}{2} - \frac{y}{2} \ldots$ también será el valor del mijo en unidades de dinero.

Igualando ahora ambos valores del mijo, resulta

$$100 - 4x - 2y = 50 - \frac{x}{2} - \frac{y}{2}$$

o sea

$$50 = 3x + \frac{x}{2} + y + \frac{y}{2} = \left(3 + \frac{1}{2}\right)x + \left(1 + \frac{1}{2}\right)y.$$

Los valores que obtiene el autor para x, y, son:

$$\begin{array}{lllll} x = 1 & 4 & 7 & 10 & 13 \\ y = 31 & 24 & 17 & 10 & 3 \end{array}$$

(1) Literalmente, el texto dice *problema abierto de números* (مسئلة مفتوحة الاعداد) que traduzco por problema numérico.

Llámanse así todas las cuestiones para cuya resolución no es preciso suponer lo desconocido como incógnita, sino directamente como un número dado. Por esta razón están excluídos los problemas de Geometría. (Cfr. Sprenger, *Dictionary of the technical terms*, Calcuta, I, 45.)

La mayor parte de los problemas salen numéricos, y resultan también con soluciones múltiples, según se dijo anteriormente, y en la forma en que ha resultado este problema.

Has de saber, sin embargo, que este problema y sus análogos no son posibles sino cuando el precio de una de las dos (1) es menor que la unidad. Tenlo presente.

[Pág. 61] CAPÍTULO DE LOS EJÉRCITOS (2)

Si se te dice: *un grupo de soldados realiza una expedición y recoge de botín el primero de ellos [de los soldados] dos unidades y van aumentando de tres en tres; el total de lo que cogen de botín es ciento veintiséis.*

La regla para esto es que supongas el número de soldados como incógnita, restes de esto un uno y te quedará una incógnita menos uno; multiplica esto por el exceso gradual (3), te resultará tres incógnitas me-

---

(1) Se refiere a las especies consideradas para la ecuación final.

(2) La traducción de la nota marginal que en este folio aparece en el manuscrito, es así:

«El fundamento de la operación en los problemas de los ejércitos y de la progresión de los correos es [que se trata de] una cierta especie de suma; consiste en que cuando los números progresan sucesivamente según un número conocido, que no sea dos, has de multiplicar la razón por el número de los términos menos uno. Lo que resulta has de sumarlo con el primero de los términos y la suma será el último de los términos. Suma a esto el primero de los términos y multiplica la suma por la mitad del número, es decir, del número de los términos. Esto será lo que se busca. Nota marginal.»

(3) Dice *exceso gradual* refiriéndose a la *razón de la progresión*. Así, pues, emplearemos indistintamente ambas traducciones.

nos tres unidades; añade a esto lo que cogió de botín el primero y te resultará tres incógnitas menos una unidad, que es lo que adquiere de botín el último. Suma lo que cogió el primero con lo que cogió el último; te resultará tres incógnitas más uno. Multiplícalo por la mitad del número de los soldados, te resultará un cuadrado más medio cuadrado más media incógnita, lo cual es igual a lo que recogen todos los soldados, o sea ciento veintiséis. Toma de cada término que tienes sus dos tercios; tendrás un cuadrado más un tercio de incógnita igual a ochenta y cuatro. Divide por dos el número de las raíces, multiplica esto por sí mismo, añade lo que resulta a las unidades, toma la raíz de la suma, y resta de ella la mitad del número de las raíces; te quedan nueve. Este [pág. 62] nueve es el número de los soldados (1).

Si deseas comprobar esto, multiplicarás el número de los soldados menos uno por el exceso gradual y añade al resultado lo que coge de botín el primero, que es dos; te resultará veintiséis, que es lo que coge de botín el último. Suma lo que coge de botín el primero a lo que coge de botín el último; multiplica [la suma] por la mitad del número de los soldados; te resultará ciento veintiséis, que es el total de lo que cogen de botín, según hemos dicho en el principio del problema.

En este problema, como en los demás de los ejérci-

---

(1) $\left([(x-1)\,3+2]+2\right)\dfrac{x}{2}=126;$

$(3x+1)\dfrac{x}{2}=\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{x}{2}=126;\ x^2+\dfrac{1}{3}x=84;\ x=9.$

Véase lo dicho en el prólogo respecto al estudio de las progresiones.

tos y en los problemas de los correos, se emplea una sola cuestión (1), la del exceso gradual de los mensajeros.

[Este último problema de los correos, es el siguiente: *Supongamos*] *diez mensajeros: el recorrido del primero es dos, el exceso gradual entre los diez ha de ser tres. ¿Cuánto es el recorrido del último de ellos y cuánto es el total de los recorridos de todos ellos?*

La operación para esto es que multipliques el número de los mensajeros menos uno, por el exceso gradual; añade al producto el recorrido del primero, te resultará el recorrido del último. Después suma el recorrido del primero con el recorrido del último; multiplica lo que resulta por la mitad [del número] de los mensajeros y obtendrás el total de los recorridos de todos ellos. Compréndelo (2).

Asimismo si se te dice: *una tropa hace una expedición y coge botín: el último de ellos* [*los soldados*] *veintiuno y el exceso gradual es dos unidades; el total de lo que cogieron de botín es ciento veinte. ¿Cuánto es el botín del primero de ellos y cuál es el número de soldados?*

Supón el número de soldados como incógnita, resta de él una unidad, queda una incógnita menos uno; multiplícalo por el exceso gradual, será dos incógnitas menos dos; resta este resultado de lo que coge de de botín el último de ellos, será veintitrés menos dos incógnitas. Suma ahora lo que coge de botín el prime-

(1) Quiere decir que se resuelven por el mismo procedimiento.

(2) Recorrido del último... $(10 - 1)\,3 + 2$

Recorrido total....... $\left([(10 - 1)\,3 + 2] + 2\right)\dfrac{10}{2} = 155.$

ro de ellos con lo que coge de botín el último de ellos; resultará de esto cuarenta y cuatro menos dos incógnitas; multiplícalo por la mitad del número de los soldados, es decir, por la mitad de la incógnita; resultará veintidós incógnitas menos un cuadrado igual a los ciento veinte, que es el total del botín de todos ellos. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás un cuadrado más ciento veinte unidades igual veintidós incógnitas. Te he reducido, pues, [este problema] a la cuestión quinta; opera según lo que precede y te resultará [página 63] el valor de la incógnita, diez, que es el número de soldados. Si quieres [saber] lo que corresponde al primero de ellos, restarás una unidad de las diez, multiplica lo que queda por el exceso gradual, resta el producto de lo que cogió de botín el último de ellos y te quedará lo que cogió de botín el primero de ellos (1).

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *unos soldados hacen una incursión y coge de botín el primero de ellos una unidad y se van*

---

(1) El botín del primero es $21 - (x - 1) . 2 = 23 - 2x$
El número de soldados resulta de

$$(23 - 2x + 21)\frac{x}{2} = 22x - x^2 = 120; \quad x^2 + 120 = 22x;$$

$$x = 11 \pm \sqrt{121 - 120}; \quad x_1 = 10; \quad x_2 = 12$$

El autor no tiene en cuenta más que el valor $x = 10$ correspondiente a la progresión

$$\div 21 . 19 . 17 . 15 . 13 . 11 . 9 . 7 . 5 . 3$$

Es natural que no tenga en cuenta la otra solución $x = 12$ que correspondería a la progresión

$$\div 21 . 19 . 17 . 15\ 13 . 11 . 9 . 7 . 5 . 3 . 1 . -1$$

porque no supieron los árabes interpretar los números negativos.

excediendo en otra unidad. Cuando regresa la tropa, dividen entre ellos, por igual, lo que cogieron de botín y les toca a cada uno de ellos diez unidades. ¿Cuántos son los soldados?

La regla para esto es que supongas el número de soldados como incógnita, restes de este número una unidad, como has hecho siempre en el capítulo de la progresión de los correos, te quedará una incógnita menos uno. Multiplícalo por la razón, te resultará una incógnita menos uno. Añade a esto lo que coge de botín el primero, te resultará una incógnita, que es lo que coge de botín el último de ellos. Suma lo que coge de botín el último de ellos con lo que coge de botín el primero de ellos, te resultará una incógnita más una unidad. Multiplícalo por la mitad del número de los soldados, te resultará medio cuadrado más media incógnita, que es el total de lo que cogieron de botín. Si divides esto por el número de los soldados sale diez, y si multiplicas el diez por el número de soldados, es preciso que el producto sea igual a lo que coge de botín el primero; tendrás, pues, diez incógnitas igual a medio cuadrado más media incógnita. Aplica el *chéber* y *almocábala*; tendrás un cuadrado igual diecinueve incógnitas. La incógnita es igual a diecinueve unidades que es el número de los soldados. Compréndelo (1).

---

(1) El botín del último es.. $(x - 1)\,1 + 1 = x$

El total del botín es... $(x + 1)\dfrac{x}{2} = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x}{2}$.

Según el enunciado se verifica $\left(\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x}{2}\right) : x = 10$ y por lo tanto,

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 10\,x;\ x^2 = 19\,x;\ x = 19.$$

[Pág. 64] PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *una tropa hace una expedición; el primero de los soldados coge de botín una unidad; se exceden en una unidad. Cuando regresan se distribuyen por igual el botín y le toca a cada uno de ellos un número igual a dos tercios de los soldados.*

La regla para esto es análoga a la regla para el problema anterior a éste; es que supongas el número de soldados como incógnita, te saldrá la suma de lo que cogieron de botín, operando como anteriormente, [igual a] medio cuadrado más media incógnita. Si lo divides por el número de los soldados, que es la incógnita, sale dos tercios del número de los soldados que es la incógnita, como se propuso. Y si multiplicas dos tercios de la incógnita por la incógnita y haces *almocábala* con lo que resultó antes, o sea medio cuadrado más media incógnita, te saldrá para valor de la incógnita tres, que es el número de soldados. Te resultará lo que cogieron de botín, mediante la comprobación antedicha, seis (1). Si ahora lo divides

---

(1) Siendo, como antes, x el número de soldados, el total del botín será

$$S = (1 + x)\frac{x}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}.$$

Se sabe por el enunciado que

$$\frac{S}{x} = \frac{2}{3}x.$$

Luego se obtendrá

$$\frac{2}{3}x^2 = \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2};\ 2x^2 = \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2},\ 4x^2 - 3x^2 = 3x;$$

$$x^2 = 3x;\ x = 3.$$

por el número de los soldados, sale dos, que es igual a dos tercios del número de soldados, como se propuso. Tenlo presente.

CAPÍTULO DE LOS CORREOS

Si se te dice: *un correo sale de un pueblo con la orden de caminar cada día veinte parasangas y viaja cinco días; después se envía tras de él otro correo con la orden de caminar cada día treinta parasangas. ¿En cuántos días lo alcanzará?*

La regla para esto es que supongas los días que camina el segundo como incógnita; te resultan los días que camina el primero una incógnita más cinco. Multiplica después el número de días del primero por el número de parasangas que recorre en el día, y los días del segundo [pág. 65] por el número de parasangas que camina en el día. Iguala uno de los dos números con el segundo y tendrás cien unidades más veinte incógnitas igual a treinta incógnitas. Resta las veinte de las treinta y divide el ciento por lo que quede. Te resultará diez, que es el valor de la incógnita, o sea el número de los días del correo segundo. El primero recorre lo mismo que el segundo más cinco, que son quince (1).

---

(1) A —— 5 días 100 parasangas —— B —————————— X

El primer correo sale de A; camina 20 parasangas cada día; al cabo de cinco días (habrá recorrido 100 parasangas) se encuentra en B; sale entonces otro correo de A que camina a razón de 30 parasangas diarias. Suponiendo que alcanza en X al primero despues de x días, se verificará

$$100 + 20\,x = 30\,x;\ \ 100 = 10\,x;\ \ x = 10.$$

Por lo tanto el segundo camina durante diez días y el primero quince días. El camino total AX es 300 parasangas.

Si hubieras querido obtener los días que camina el primero, ponlos como incógnita; tendrás los días del segundo [igual a] una incógnita menos cinco. Multiplica después los días de cada uno de ellos por lo que cada uno recorre. Iguala uno de los dos números con el segundo; te sale el valor de la incógnita, quince, que es lo que marcha el primero. Viaja el segundo lo que viaja el primero menos cinco días, o sea diez (1).

PROBLEMA ANÁLOGO

Un correo sale de una ciudad con la orden de recorrer cada día una parasanga y aumentar una más [*cada día*]; *camina durante ochenta y cuatro días; después se envía tras de él otro correo con la orden de que recorra cada día una parasanga y aumente dos parasangas más* [*por día*]. *¿En cuantos días lo alcanzará?*

La regla para esto es que supongas los días que marcha el segundo como incógnita; serán los días que camina el primero una incógnita más ochenta y cuatro; después, resta de los días del primero una unidad; queda una incógnita más ochenta y tres; multiplícalos por la razón, que es uno; añade [al producto] el doble de lo que recorre en el primer día; multiplica [la suma] por la mitad del número de días, que es media

(1) El autor plantea ahora el problema suponiendo x el número de días empleados por el primer correo, de esta manera:

x días del primero.... $20\,x$ parasangas

$x - 5$ días del segundo.... $(30\,x - 150)$ parasangas

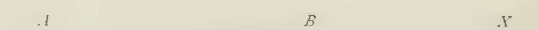
$$20\,x = 30\,x - 150;\quad 150 = 10\,x;\quad x = 15.$$

incógnita más cuarenta y dos; te resultará medio cuadrado más ochenta y cuatro incógnitas más media incógnita más tres mil quinientas setenta unidades. Este es el número de parasangas que recorre.

Después resta de los días del segundo, que son la incógnita, una unidad también; multiplica el resto por la razón; añade al resultado [pág. 66] el duplo de lo que recorre el correo segundo en el primer día; multiplica esto por la mitad del número de días del segundo, que es media incógnita; te resultará un cuadrado igual a medio cuadrado más ochenta y cuatro incógnitas más media incógnita más tres mil quinientas setenta, porque las parasangas del segundo son iguales a las parasangas del primero después de la reunión de ambos.

Tendrás así, después de hacer *almocábala*, un cuadrado igual ciento sesenta y nueve incógnitas más siete mil ciento cuarenta unidades. Divide por dos las incógnitas, multiplícalas por sí mismas, añádelas a las unidades y te resultará catorce mil doscientas ochenta más un cuarto; toma su raíz, que es ciento diecinueve y medio; añádele la mitad del número de las raíces, que es ochenta y cuatro y media; te resultará doscientas cuatro, que es el número de días que camina el segundo. Añádele ochenta y cuatro y serán los días del primero o sea, doscientos ochenta y ocho (1).

Si ahora quieres saber el número de parasangas que

(1) 

El primer correo sale de A; durante ochenta y cuatro días recorre la distancia AB; sale de A el segundo correo que alcanza al primero al cabo de x días; se tendrá por consiguiente:

Camino recorrido por el primero $= 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + (84 + x) =$

recorre cada uno de los dos, has de restar del número de días de ambos una unidad, multiplicar el resto por la razón, sumar al producto el doble de lo que recorrió en el primer día y multiplicar la suma por la mitad del número de aquellos días. Te resultará cuarenta y un mil seiscientas dieciséis; este es el número de parasangas que recorrió cada uno de ellos (1).

PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *dos correos salen de una misma población, en un mismo momento, con la orden, uno de los dos, de que recorra cada día veinte parasangas y el segundo que recorra cada día una parasanga y au-*

$$= [x + 83 + 2] \left[\frac{x}{2} + 42\right] = \frac{x^2}{2} + 84\,x + \frac{x}{2} + 3570.$$

Camino recorrido por el segundo $= 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2x - 1) =$

$$= [(x - 1)\,2 + 2]\,\frac{x}{2} = x^2.$$

Igualando ahora ambos valores y efectuando operaciones, resulta:

$$\frac{x^2}{2} + 84\,x + \frac{x}{2} + 3570 = x^2$$

$$x^2 + 168\,x + x + 7140 = 2\,x^2$$

$$x^2 = 169\,x + 7140$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{169}{2}\right)^2 + 7140} + \frac{169}{2} = \sqrt{14280 + \frac{1}{4}} + \left(84 + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \left(119 + \frac{1}{2}\right) + \left(84 + \frac{1}{2}\right) = 204.$$

El segundo correo camina, pues, 204 días y el primero 204 + + 84 = 288 días.

(1) Aplica el autor la fórmula $[2\,a_1 + (n - 1)\,r]\,\frac{n}{2}$ que da la suma de los términos de una progresión aritmética y resulta el camino recorrido por ambos correos igual a 41616 parasangas.

mente una parasanga [*por día*]. *¿En cuántos días lo alcanzará?*

[Pág. 67] La regla para esto es que supongas los días en que alcanzará el segundo al primero, como incógnita; esos son los días de cada uno de los dos. Multiplícalos por el número de sus parasangas [es decir, las del primero], que son veinte; te resultará veinte incógnitas. Después resta de la sola incógnita una unidad, como siempre; multiplica el resto por la razón [de la progresión] del segundo. Añade al producto el doble de lo que camina en el día primero, te resultará una incógnita más una unidad. Multiplica esto por media incógnita; te resultará medio cuadrado más media incógnita; esto es igual a veinte incógnitas. La incógnita es igual a treinta y nueve, que son los días en que alcanza el segundo al primero, y son también los días de cada uno de ellos hasta el momento de su encuentro (1).

Si ahora quieres saber el número de las parasangas, multiplica treinta y nueve por veinte; te resultará setecientos ochenta, que son las parasangas del primero. Después resta de treinta y nueve una unidad, multiplica el resto por la razón y añade a lo que resulta el doble de lo que recorre en el día primero; te resultará cuarenta; multiplícalo por la mitad del número de días y resultan las parasangas. Compréndelo.

---

(1) Siendo x el número de días que tarda el segundo en alcanzar al primero, se tendrá:

camino recorrido por el primero... $20\,x$ parasangas

camino recorrido por el segundo... $1 + 2 + 3 \ldots + x$ parasangas

Igualando ambos valores:

$$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 20\,x;\quad x^2 + x = 40\,x;\quad x^2 = 39\,x;\quad x = 39.$$

CAPÍTULO DE LOS PROBLEMAS DEL ILTICÁ (1)

Si se te dice: *dos hombres se encuentran teniendo cada uno de ellos un capital; dice uno de los dos a su compañero: si me das de lo que tú tienes tres unidades, las añado a lo que tengo y tendré lo mismo que te queda. Dice el segundo: si tú me das de lo que tienes seis unidades, las añado a lo que tengo y tendré dos veces lo que te queda.*

La regla para esto es que supongas lo que tiene el primero como una incógnita menos tres [pág. 68] y lo que tiene el segundo como una incógnita más tres unidades. Cuando toma el primero tres [unidades] del segundo, teniendo el primero en su mano una incógnita menos tres, tendrá el primero en su mano una incógnita y quedará en la mano del segundo una incógnita. Dijo el segundo, que tiene una incógnita más tres, al primero, que tiene una incógnita menos tres: si me das de lo que tienes seis unidades tendré dos veces lo que te quede; reúne, pues, el segundo una incógnita más nueve y queda en la mano del primero una incógnita menos nueve. La incógnita más nueve ha de ser igual a dos veces la incógnita menos nueve, esto es, dos incógnitas menos dieciocho. La incógnita más nueve es igual, pues, a dos incógnitas menos dieciocho. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás una incógnita más veintisiete igual a dos incógnitas. La incóg-

(1) Conservamos este nombre (de *ilticá* = encontrarse), genérico de una serie de problemas, porque como puede observar el lector, se parte en todos ellos del supuesto de que dos hombres se encuentran y se plantean mutuamente un problema.

nita es igual a veintisiete. Tenía el primero una incógnita menos tres, luego en la mano del primero hay veinticuatro y en la mano del segundo una incógnita más tres que vale treinta (1).

Si quieres, pon lo que tiene el primero como incógnita. Le había dicho al segundo: si me das de lo que tienes tres, tendré tanto como a ti te queda, luego reune una incógnita más tres. Lo que le queda al segundo después de darle tres, es una incógnita más tres, es decir, que tenía una incógnita más seis. Habíamos puesto como incógnita lo que tenía el primero, pero dijo el segundo, teniendo una incógnita más seis, al primero, que tenía una incógnita: si me das seis unidades tendré dos veces lo que te queda, luego reune el segundo una incógnita más doce y le queda al primero una incógnita menos seis. La incógnita más doce es igual a dos veces lo que queda, que es dos incógnitas menos doce. La incógnita es igual a veinticuatro, que es lo que tiene el primero. Habíamos supuesto lo que tiene el segundo una incógnita más seis, luego lo que tiene el segundo es treinta (2).

De este modo [operarás] en todo este capítulo del *ilticá:* pondrás lo que tiene uno de los dos como incógnita siempre, y sacarás lo que tiene el segundo partiendo de una de las dos condiciones. Después sale el valor de la incógnita de la condición segunda. Compréndelo.

---

(1) $x+9=2(x-9)$; $x+9=2x-18$; $x+27=2x$; $x=27$.
(2) $x+12=2x-12$; $x=24$.

[Pág. 69] PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *dos hombres se encuentran teniendo cada uno de ellos un capital* [*con el cual*] *desean comprarse una tela,* [*pero*] *tiene cada uno de ellos menos de* [*lo que vale*] *la tela; dice el primero de ellos al segundo: si me das la tercera parte de lo que tienes, la añadiré a lo que tengo y tendré el valor de la tela; y dice el segundo al primero: antes bien, si me das el cuarto de lo que tienes lo añadiré a lo que tengo y tendré el valor de la tela. ¿Cuánto es el valor de la tela y cuánto tiene cada uno de los dos?*

La regla para esto es que supongas lo que tiene el primero como [primera] incógnita y lo que tiene el segundo como [segunda] incógnita (1) cualquiera. Dijo el primero al segundo: si me das el tercio de lo que tienes tendré el valor de la tela; luego el primero tiene una incógnita más un tercio de la [segunda] incógnita. Dijo el segundo al primero: si me das el cuarto de lo que tienes tendré el valor de la tela; luego el segundo tiene la [segunda] incógnita más un cuarto de [primera] incógnita igual a lo que tiene el primero, que es una [primera] incógnita más un tercio de la [segunda] incógnita. Aplica el *chéber* y *almocábala;* tendrás tres cuartos de [primera] incógnita igual a dos tercios de la [segunda] incógnita. Algebriza ahora cualquiera de los dos miembros [que te plazca], algebrizando el segundo con lo mismo que algebrices el primero, a fin de que se algebricen [ambos] (2). Algebriza, pues,

(1) Literalmente *dinar.* Véase la nota 2 de la pág. 90.

(2) Este párrafo equivale a la frase actual de *quitar denominadores.*

los dos tercios de la [segunda] incógnita, lo cual se hace añadiéndoles una cantidad igual a su mitad; ahora añade a los tres cuartos una cantidad igual a su mitad; tendrás la [segunda] incógnita igual a una incógnita [primera] más un octavo de [esta] incógnita. Supón ahora para la [primera] incógnita un número cualquiera que tenga octava parte, a fin de que resulte el problema sin quebrado; así, por ejemplo, el número ocho. Dijimos ya que la [primera] incógnita más un octavo de la [dicha] incógnita es igual a la [segunda] incógnita; si añadimos, pues, a la [primera] incógnita su octavo tendremos el valor de la [segunda] incógnita, que es nueve (1).

Si quieres supón para la [segunda] incógnita [otro valor], el que te plazca, toma sus ocho novenos y así tendrás el valor de la [primera] incógnita (2).

Todo esto es evidente.

Dijo el primero al segundo: si me das el tercio de lo que tienes [el segundo tiene nueve] tendré el precio de la tela. Como el primero tiene ocho, será once [el valor de la tela]. Dijo el segundo al primero [pág. 70]: antes bien, si me das el cuarto de lo que tienes, tendré el precio de la tela; el primero tiene ocho, le da [al segundo] su cuarto, que es dos; si añades el dos a lo que tiene el segundo, que es nueve, tendrás once. El valor de la tela es, pues, igual para cada uno de los dos.

---

(1) $y + \frac{x}{4} = x + \frac{y}{3}$; $x - \frac{x}{4} = y - \frac{y}{3}$; $\frac{3}{4}x = \frac{2}{3}y$; $y = x + \frac{x}{8}$
Haciendo $x = 8$ resulta $y = 9$.

(2) Si en la ecuación $y = x + \frac{x}{8}$ se diera a y un valor cualquiera n, resultaría $x = \frac{8}{9}n$.

Si quieres resuelve este problema por el procedimiento segundo con que operaste en el problema primero, que consiste en que supongas lo que tiene uno de los dos como incógnita y supongas el valor de la incógnita el número que quieras. Resultará lo que tiene el segundo una cantidad determinada [deducida] de una de las dos condiciones. Después te resultará el valor de la incógnita conocido por la segunda condición.

TERCER PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *dos hombres se encuentran teniendo cada uno de ellos un capital y encuentran otro capital; dice uno de ellos a su compañero: si tomo este capital y lo añado a lo que tengo, tendré cuatro veces lo que tú tienes; después dice el segundo: si tomo este capital encontrado y lo añado a lo que tengo, tendré siete veces lo que tú tienes. ¿Cuánto tiene cada uno de ellos y cuánto es el capital encontrado?*

La regla para esto es que supongas lo que tiene el segundo como incógnita y supongas el capital [encontrado] como número. Si lo añades a lo que tiene el segundo (1) resultan cuatro incógnitas. Supón ahora el capital [encontrado] lo que quieras, con lo cual ha de resultar la comprobación del problema, y supón lo que tiene el primero cuatro veces lo que tiene el segundo. El capital encontrado será tres. Es preciso que lo que tiene el primero sea cuatro incógnitas menos tres. Si ahora añadímoslas al capital encontrado

(1) Debe decir *el primero.*

resultarán cuatro incógnitas, o sea cuatro veces lo que tiene el segundo. Después añade el capital encontrado, que es tres, a lo que tiene el segundo, te resultará una incógnita más tres; esto ha de ser igual a siete veces lo que tiene el primero, que es veintiocho incógnitas menos veintiuna unidades. Aplica el *chéber* [pág. 71] y *almocábala*, te resultará el valor de la incógnita ocho novenos, que es lo que tiene el segundo. El primero tiene cuatro veces lo que tiene el segundo menos tres, según se propuso en el enunciado del problema, lo cual es cinco novenos. Si añades ahora el capital encontrado, que es tres, a lo que tiene el primero, resultará tres más cinco novenos, lo cual es cuatro veces lo que tiene el segundo. Si sumas a lo que tiene el segundo el capital encontrado, que es tres, resulta tres más ocho novenos, lo cual es siete veces lo que tiene el primero, según se propuso en el enunciado del problema (1).

Si supones lo que tiene el primero como incógnita y tomas su condición, es decir, la que él puso, al suponer para el capital encontrado lo que quieras, como, por ejemplo, tres, tendrá el segundo un cuarto de incógnita más tres cuartos. Este [resultado] del proble-

---

(1) Este problema cuyo planteo conduce al sistema indeterminado

$$y + z = 4x$$
$$x + z = 7y$$

lo resuelve el autor suponiendo $z = 3$, designando por x el capital del segundo, por y el capital del primero y sustituyendo en la segunda ecuación el valor de y deducido de la primera ecuación. De este modo:

$$x + 3 = 7(4x - 3) = 28x - 21; \; 24 = 27x; \; x = \frac{8}{9}; y = \frac{5}{9}.$$

ma es evidente que no sale de la condición del segundo. [Ahora] el valor de la incógnita es cinco novenos, que es lo que tenía el primero, y lo que tenía el segundo es ocho novenos. Compréndelo (1).

CUARTO PROBLEMA ANÁLOGO

Si se te dice: *dos hombres se encuentran teniendo cada uno de ellos un capital, encuentran otro capital y dice uno de ellos a su compañero: dame de lo que tienes una unidad más este capital encontrado y tendré lo mismo que te queda; pero dice el otro: antes bien, si tú me das de lo que tienes cuatro unidades más este capital encontrado, tendré tres veces lo que te quede. ¿Cuánto tiene cada uno de ellos y qué capital es el encontrado?*

La regla para esto es que supongas lo que tiene el segundo como incógnita más una unidad y supongas el capital encontrado como un número. Si añades a él la unidad añadida a la incógnita y añades esto a lo que tiene el primero, habrá de ser igual a lo que le queda al segundo después de disminuirle la unidad, y esto es una incógnita. Supón, pues, para el capital encontrado el número que quieras [pág. 72], por ejemplo, uno. Es preciso que si se suma este uno, que es el capital, a la unidad, que se añadió a la incógnita y

(1) Suponiendo ahora x el capital del primero, y el capital del segundo y $z = 3$, como antes, resulta:

$$x + 3 = 4y; \quad y = \frac{x}{4} + \frac{3}{4}; \quad \frac{x}{4} + \frac{3}{4} + 3 = 7x;$$

$$15 = 27x; \quad x = \frac{5}{9}; \quad y = \frac{8}{9}.$$

se suma esto a lo que tiene el primero, resulte de ello una sola incógnita. Luego es necesario que lo que tiene el primero sea una incógnita menos dos unidades. Ahora, si agregamos a lo que tiene el primero una unidad de lo que tiene el segundo más el capital encontrado, que es uno, resultará de ello una incógnita equivalente a lo que le quede al segundo. Después, toma del primero cuatro unidades; le quedará una incógnita menos seis unidades; añade las cuatro unidades a lo que tiene el segundo, que es una incógnita más uno más el capital encontrado, que es uno; resulta una incógnita más seis unidades, lo cual es igual a tres veces lo que queda en la mano del primero, o sea ocho incógnitas menos dieciocho unidades. Aplica el *chéber* y *almocábala;* te resultará el valor de la incógnita, doce (1). Habíamos supuesto que lo que tiene el segundo es la incógnita más una unidad, tendrá, por lo tanto, trece. Habíamos supuesto que el primero tiene una incógnita menos dos unidades, tendrá, por lo tanto, diez unidades. El capital encontrado es uno.

La comprobación de esto es que tomes de lo que tiene el segundo una unidad, la añadas al capital en-

---

(1) El planteo de este problema conduce al sistema indeterminado:

$$y + 1 + z = x$$
$$x + 1 + 4 + z = 3\,(y - 4)$$

y lo resuelve el autor suponiendo $z = 1$, designando por $x + 1$ el capital del segundo, por y el capital del primero y sustituyendo en la segunda ecuación el valor de y deducido de la primera ecuación. O sea:

$$x + 1 + 4 + 1 = 3\,(x - 2 - 4);\; x + 6 = 3\,x - 18;$$
$$x = 12;\; y = 10.$$

contrado, que es uno; sumes lo que resulte a lo que tiene el primero, que es diez; te resultará doce, que es igual a lo que le queda al segundo, como se propuso. Después toma del primero cuatro unidades, le quedarán seis unidades; después añádelas al capital encontrado, que es uno; suma lo que resulte a lo que tiene el segundo y será dieciocho, que es tres veces lo que le queda al primero, como se propuso.

Si supones el capital encontrado como incógnita (1) y operas por el procedimiento antedicho, te resultará lo que tiene el primero once y lo que tiene el segundo quince. Has de operar para la comprobación según precede.

Si supones lo que tiene el primero como incógnita y el capital encontrado como una unidad y tomas la condición del primero, te resultará lo que tiene el segundo una incógnita más tres. Después [pág. 73] te saldrá por la condición del segundo el valor de la incógnita, diez (2).

Esta es la manera de operar en este problema, según dijimos, es decir, que supongas uno de los dos como incógnita, te saldrá lo que tiene el segundo por una de las dos condiciones y después te saldrá el valor de la incógnita de este [segundo]. Compréndelo y acertarás si Dios quiere.

---

(1) Debe decir *dos* en lugar de *incógnita*, pues de este modo es como resulta

$$z = 2;\ y + 3 = x;\ x + 7 = 3\,(x - 7);\ 2\,x = 28;\ x = 14$$
$$x + 1 = 15;\ y = 11.$$

(2) Suponiendo ahora, x el capital del primero, y el capital del segundo y $z = 1$ resulta:

$$x + 1 + 1 = y - 1;\ y = x + 3$$
$$x + 3 + 4 + 1 = 3\,(x - 4);\ x + 8 = 3\,x - 12,\ x = 10.$$

Terminó el libro del *chéber* y *almocábala*, con la alabanza a Dios y su buena ayuda, a once de *Xagual* del año setecientos cuarenta y cuatro. Haga Dios con su gracia conocer lo bueno de este libro (1).

---

(1) Aquí termina el libro. Las notas que siguen parecen de distinta mano.

[Pág. 74] PROBLEMA DE ALGO ANORMAL (1)

Si se te dice: *un ciento de ocas se comen en una noche cien barchilas* (2); *mueren cada noche una de aquéllas, hasta que desaparece el número de ellas. ¿Cuánta comida sobrará y cual es el gasto* [*hecho*] *de comida?*

Ya sabes que la primera noche sobra una barchila, la segunda noche dos barchilas, la noche tercera tres y la noche centésima sobran cien barchilas; es como si se te dijera: suma desde uno hasta ciento sin interrupción en los números. Añade, pues, el uno al ciento, multiplica el resultado por la mitad de cien y lo que sea [el producto] será la comida economizada; esto es, cinco mil cincuenta (3).

Si deseas conocer la comida consumida, ya sabes que en la noche final no queda nada; en la noche nonagésima novena se consume una barchila, en la no-

---

(1) Tal es la traducción literal de la palabra شاذة. (Cfr. Dozy, *Suppl. aux Dict. arabes*, s. v.) No se nos alcanza el significado técnico que exactamente corresponda a la palabra árabe, puesto que este problema no puede llamarse anormal en el sentido de apartarse de las normas seguidas en la resolución de los problemas anteriores.

(2) *Barchila.* — Medida de capacidad para áridos. Aunque al final del problema parece que la barchila es equivalente al cahíz, la verdadera equivalencia entre estas medidas es: 36 barchilas = 1 cahíz.

En la actualidad se emplea en algunas regiones de España (Valencia, Cuenca), una medida de granos llamada barchilla.

(3) $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$

$$S = (1 + 100)\,\frac{100}{2} = 101 \times 50 = 5050.$$

che nonagésima octava dos barchilas y en la primera noche se consumen noventa y nueve barchilas; es por tanto como si se te dijera: suma desde uno hasta noventa y nueve sin interrupción en los números. Opera, pues, según precede; saldrán los cahíces consumidos [igual a] cuatro mil nuevecientos cincuenta (1).

Apréndelo.

* * *

Si están las raíces con los cuadrados, resta la mitad.

Si están [las raíces] con los números, añádela [la mitad].

Si están solas [las raíces], resta el número del producto de la mitad por sí misma y añade la raíz del resto y disminúyela; te saldrá la raíz del cuadrado (2).

FIN

(1) $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 97 + 98 + 99$

$$S = \frac{1 + 99}{2} \cdot 99 = 50 \times 99 = 4950.$$

(2) Este párrafo condensa la resolución de ecuaciones de segundo grado y en él está contenida la discusión de la ecuación de segundo grado tal como podía estudiarse en la época del manuscrito, es decir, antes de que se adoptaran las soluciones negativas. Resolver una ecuación en aquel tiempo era, según ya hemos dicho, encontrar los valores positivos de la raíz. Así se observa que los autores árabes no mencionan la ecuación $x^2 + px + q = 0$, porque tiene dos raíces negativas, pero se ve que señalan las dos raíces positivas de la ecuación $x^2 - px + q = 0$ y que sólo tienen en cuenta la raíz positiva en las ecuaciones de las formas

$$x^2 + px - q = 0 \quad \text{y} \quad x^2 - px - q = 0.$$

El párrafo aludido puede traducirse libre pero fielmente interpretado, del modo que sigue:

«Supuestos positivos todos los términos de una ecuación completa de segundo grado y entendiendo por *radical* la raíz cuadrada del cuadrado de la mitad del coeficiente del término de primer grado más o menos, según corresponda, el término independiente, se podrán presentar en la práctica tres casos, a saber:

1.° Si en el primer miembro se encuentran los términos de segundo grado (cuadrados) y de primero (raíces), se resuelve la ecuación restando del radical la mitad del coeficiente del término de primer grado.

2.° Si en el primer miembro se encuentran el término de primer grado (raíces) y el independiente (números), se resuelve la ecuación sumando al radical la mitad del coeficiente del término de primer grado.

3.° Si en el primer miembro se encuentra únicamente el término de primer grado, existen dos valores para la raíz, que se obtienen sumando al radical o restando de él la mitad del coeficiente del término de primer grado.»

Las fórmulas correspondientes a estos tres casos, son:

1.° $x^2 + px = q \qquad x = \sqrt{\frac{p^2}{4} + q} - \frac{p}{2}$

2.° $px + q = x^2 \qquad x = \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} + \frac{p}{2}$

3.° $px = x^2 + q \qquad x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$

TEXTO ÁRABE

CORRECCIONES AL TEXTO ÁRABE

Página.	Línea.	Dice.	Debe decir.
٤٣	última	اولا	او لا
٤١	15	مب	منه

فهرسة اختصار الجبر والمقابلة

مسئلة من شاذ

اذا قيل لك ماية وزة تعلف فى البلة الواحدة ماية برشالة وماتت منها كل ليلة واحدة الى ان فنى عددها كم توفر من الطعام وكم انفق من الطعام فقد علمت ان اول ليلة توفر برشالة وفى البلة الثانية برشالتين وفى البلة الثالثة ثلاثة وفى البلة الموفى مائة توفر مائة برشالة فكانه قيل لك اجمع من واحد الى مائة على توالى الاعداد فاحمل الواحد على المائة واضرب ما اجتمع فى نصف المائة فما كان فهو الطعام الموفر وذلك خمسة الاف وخمسون وان اردت الطعام المنفوق فقد علمت ان البلة الموفية لم يبق شىء وان البلة الموفية تسعة وتسعين انفق برشالة وليلة ثمانية وتسعين انفق برشالتين وان البلة الاول انفق فيها تسعة وتسعين برشالة فكانه قيل لك اجمع من واحد الى تسعة وتسعين على توالى الاعداد فتعمل على ما تقدم تخرج الاقفزة المنفوقة اربعة الاف وتسعمائة وخمسون فاعلمه

اذا كانت الجذور مع الاموال تطرح النصف وان كانت مع العدد تحمله وان كانت وحدها طرحت الـعـدد من ضرب التنصيف فى نفسه وحملت جذر الفـاضـل ونقصته يخرج لك جذر المال

يخرج بشرك الثانى قيمة الشىء عشرة وهذا العمل فى هذه المسئلة كما ذكرنا كذلك ان تجعل احدهما شيا يخرج ما معه الـثـانى من احد الشركين ثم يخرج قيمة الشىء من ذلك فافهم تصب ان شاء الله

تم كتاب الجبر والمقابلة بحمد الله
وحسن عونه وذلك فى حادى عشر شوال من عام
اربعة واربعين وسبعماية عرف الله خيره بمنه

فكانه واحد فيجب متى جمع هذا الواحد الذى هو المال الى
الدرهم الذى حمل عليه الشىء وجمع ذلك الى ما مع الاول
اجتمع من ذلك شىء واحد فيجب ان يكون الذى مع الاول
شىء الا درهمين فاذا حملنا الى ما مع الاول درهما مما مع
الثانى مع المال الموجود الذى هو واحد اجتمع من ذلك شىء
كما بقى مع الثانى ثم ياخذ من الاول اربعة دراهم يبقى
معه شىء الا ستة [f.º 46 r.º] دراهم فيحمل الاربعة دراهم
الى ما مع الثانى وهو شىء ودرهم مع المال الموجود وهو
واحد يجتمع شىء وستة دراهم فهذا يعدل ثلاثة امثال ما
بقى بيد الاول وذلك ثمانية اشياء الا ثمانية عشر درهما فاجبر
وقابل يخرج لك قيمة الشىء اثنا عشر وكنا جعلنا مع الثانى شيا
ودرهما فيكون معه ثلاثة عشر وكنا جعلنا مع الاول شيا الا
درهمين فيكون معه عشرة دراهم والمال الموجود واحد
والامتحان فى ذلك ان تاخذ مما مع الثانى درهما وتحمله على
المال الموجود وهو واحد وتحمل ما اجتمع على الذى مع الاول
وهو عشرة يجتمع لك اثنا عشر وهو مثل ما بقى مع الثانى كما
شرط ثم تاخذ من الاول اربعة دراهم تبقى معه ستة دراهم
ثم تحملها على المال الموجود وهو واحد واحمل ما اجتمع
على ما مع الثانى يكون ثمانية عشر وهو ثلاثة امثال ما بقى مع
الاول كما شرط ولو جعلت المال الموجود شيا (1) وعملت بالعمل
المتقدم كان يخرج لك الذى مع الاول احد عشر والذى مع
الثانى خمسة عشر وكنت تعمل فى الامتحان على ما تقدم ولو
جعلت ما مع الاول [f.º 46 v.º] شيا والمال الموجود واحدا
واخذت شرط الاول يخرج ما مع الثانى شىء وثلاثة ثم كان

(1) Debe decir اثنان.

وقابل يخرج لك قيمة الشىء ثمانية اتساع وهو ما مع الثانى ومع الاول اربعة امثال ما مع الثانى الا ثلاثة كما شرك فى اول المسئلة وذلك خمسة اتساع فاذا حملت المال الموجود وذلك ثلاثة الى ما مع الاول اجتمع الثلاثة وخمسة اتساع فهى اربعة امثال ما مع الثانى فاذا جمعت الى ما مع الثانى المال الموجود وذلك ثلاثة تجمع ثلاثة وثمانية اتساع وهو سبعة امثال ما مع الاول كما شرك فى اول المسئلة وان جعلت ما مع لاول شيا واخذت بشركه ان تجعل المال الموجود ما شئت فكانه جعلته ثلاثة فيكون مع الثانى ربع شىء وثلاثة ارباع وهذا بين من المسئلة لم تخرج من الشرك الثانى فقيمة الشىء خمسة اتساع وهو ما مع الاول ويكون ما مع الثانى ثمانية اتساع فافهم

مسئلة منه ايضا رابعة [f.° 45 v.°]

اذا قيل لك رجلان التقيا ومع كل واحد منهما مال ووجدا مالا فقال احدهما لصاحبه اعطنى مما معك درهما وهذا المال الموجود يكون معى مثل ما بقى معك وقال الاخر بل انت ان اعطيتنى مما معك اربعة دراهم وهذا المال الموجود يكون معى ثلاثة امثال ما بقى معك كم كان مع كل واحد منهما وكم المال الموجود

قياس ذلك ان تجعل ما مع الثانى شيا ودرهم وتجعل المال الموجود عددا اذا حملت عليه الدرهم الزايد على الشىء وحملت ذلك على ما مع الاول كان مثل ما بقى مع الثانى بعد نقصان الدرهم وذلك شىء فاجعل المال ما شئت من العدد

بل ان اعطيتنى مما معك ربعه يكون معى ثمن الثوب ومع الاول ثمانية فاعطاه ربعها وذلك اثنان فاذا حملت على الاثنين ما مع الثانى [f.° 44 v.°] وذلك تسعة كان ما معك احد عشر وقد استوى ثمن الثوب عند كل واحد منهما وان شئت عملت هذه المسئلة بالوجه الثانى الذى عملت به المسئلة الاولى وذلك ان تجعل مع احدهما شيا وتجعل قيمة الشىء ما شئت من العدد فيخرج ما مع الثانى معلوم من احد الشركين ثم يخرج قيمة الشىء معلوم من الشرك الثانى

مسئلة منه ايضا ثالثة

اذا قيل لك رجلان التقيا ومع كل واحد منهما مالا ووجدا مالا فقال احدهما لصاحبه ان اخذت هذا المال وحملته الى ما معى كان معى اربعة امثال ما معك ثم قال الثانى ان اخذت هذا المال الموجود وحملته الى ما معى كان معى سبعة امثال ما معك كم مع كل واحد منهما وكم المال الموجود

قياس ذلك ان تجعل ما مع الثانى شيا وتجعل المال عددا اذا حملته الى ما مع الثانى اجتمع اربعة اشياء فاجعل المال ما شئت ما يخرج به امتحان المسئلة وتجعل ما مع الاول اربعة امثال ما مع الثانى فكان المال الموجود ثلاثة فيجب ان يكون ما مع الاول اربعة اشياء الا ثلاثة فاذا حملناها الى المال الموجود [f.° 45 r.°] اجتمع اربعة اشياء وهى اربعة امثال ما مع الثانى ثم تضيف المال الموجود وهو ثلاثة الى ما مع الثانى يجتمع لك شىء وثلاثة فهذا يعدل سبعة امثال ما مع الاول وذالك ثمانية وعشرون شيا الا احدى وعشرين من العدد فاجبر

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك رجلان التقيا ومع كل واحد منهما مالا وارادا ابتياع ثوب ومع كل واحد منهما اقل من الثوب فقال الاول منهما للثانى ان اعطيتنى ثلث ما معك احمله الى ما معى يكون معى ثمن الثوب وقال الثانى للاول بل ان اعطيتنى ربع ما معك احمله الى ما معى يكون معى ثمن الثوب كم قيمة الثوب وكم مع كل واحد منهما

قياس ذلك ان تجعل ما مع الاول شيا وما مع الثانى دينارا فقال الاول للثانى ان اعطيتنى مما معك ثلثه يكون معى ثمن الثوب فيكون مع الاول شىء وثلث [f.° 44 r.°] دينار وقال الثانى للاول ان اعطيتنى مما معك ربعه يكون معى ثمن الثوب فيكون مع الثانى دينار وربع شىء يعدل ما مع الاول وذلك شىء وثلث دينار فتجبر وتقابل فيكون معك ثلاثة ارباع شىء يعدل ثلثى دينار فتجبر ايهما شئت وتجبر الثانى بمثل ما جبرت به الاول حتى ينجبر فاجبر الثلثى دينار وذلك ان تحمل عليه مثل نصفه فتحمل على الثلاثة ارباع مثل نصفها فيكون معك دينار يعدل شيا وثمن شىء فاجعل الشىء ما شئت من العدد يكون له ثمن لتخرج المسئلة بلا كسر فكانه ثمانية وقد قلنا ان الشىء وثمن الشىء يعدل دينارا فاذا حملنا على الشىء ثمنه كان قيمة الدينار وذلك تسعة وان شئت فاجعل الدينار ما شئت وتاخذ ثمانية اتساعه يكون قيمة الشىء وهذا كله بين فقال الاول للثانى ان اعطيتنى ثلث ما معك ومع الثانى تسعة يكون معى ثمن الثوب ومع الاول ثمانية وذلك احدا عشر وقال الثانى للاول

وما مع الثانى شيا وثلاثة دراهم فاذا اخذ الاول من الثانى ثلاثة وقد كان بيد الاول شيا الا ثلاثة يكون بيد الاول شىء ويبقى بيد الثانى شىء وقال الثانى ومعه شىء وثلاثة للاول ومعه شىء الا ثلاثة ان اعطيتنى مما معك ستة دراهم يكون ما معى مثلى ما بقى معك واجتمع مع الثانى شىء وتسعة وبقى بيد الاول شىء الا تسعة فالشىء مع التسعة يعدل مثلى الشىء الا تسعة وذلك شيان الا ثمانية عشر فشىء وتسعة يعدل شيان الا ثمانية عشر فاجبر وقابل يكون معك شىء وسبعة وعشرون تعدل ستين (1) فالشىء يعدل السبعة وعشرين وكان مع الاول شىء الا ثلاثة فبيد الاول اربعة وعشرين وبيد الثانى شىء وثلاثة فبلغ ثلاثين وان شئت فاجعل ما مع الاول شىء وقد قال للثانى ان اعطيتنى مما معك ثلاثة يكون ما معى مثل ما بقى معك فيجتمع له شىء وثلاثة فالذى يبقى مع الثانى بعد اعطاه ثلاثة شىء وثلاثة فالذى كان معه شىء وستة فقد جعلنا ما مع الاول شيا وقال الثانى ومعه شىء وستة للاول ومعه [f.º 43 v.º] شىء ان اعطيتنى ستة دراهم كان معى مثلى ما بقى معك فاجتمع مع الثانى شىء واثنا عشر يبقى مع الاول شىء الا ستة فالشىء مع الاثنى عشر يعدل مثلى ما بقى معك وذلك شيان الا اثنا عشر فالشىء يعدل اربعة وعشرين وهو ما مع الاول وقد كنا جعلنا ما مع الثانى شىء وستة فالذى مع الثانى ثلثون هكذا جميع هذا الباب فى الالتقاء تجعل ما مع احدهما شيا ابدا ويخرج الذى مع الثانى من احد الشركين ثم يخرج ذلك قيمة الشىء من الشرك الثانى فافهم

(1) Sic; debe ser شيئين.

قياس ذلك ان تجعل الايام الدى (1) يلحق فيها الثانى الاول شيا فهى ايام كل واحد منهما فاضربها فى عدد فراسخه وهى عشرون يجتمع لك عشرون شيا ثم تكرح من الشىء الواحد واحدا ابدا وتضرب الباقى [f.º 42 v.º] فى تفاضل الثانى وتحمل على ما اجتمع ضعف ما مشى فى اليوم الاول يجتمع لك شيا وواحدا فاضرب ذلك فى نصف شىء يجتمع لك نصف مال ونصف شىء فهذا يعدل عشرين شيا فالشىء يعدل تسعة وثلاثين وهى الايام التى يلحق فيها الاول الثانى وهى ايضا ايام كل واحد منهما الى وقت اجتماعهما فان اردت ان تعلم عدد الفراسخ فاضرب التسعة والثلاثين فى العشرين يجتمع لك سبعماية وثمانين وهى فراسخ الاول ثم تكرح من التسعة وثلاثين واحدا وتضرب الباقى فى التفاضل وتحمل على ما اجتمع ضعف ما مشى فى اليوم الاول يجتمع لك اربعون فاضربها فى نصف عدد الايام تكن الفراسخ فافهم

باب مسائل الالتقاء

اذا قيل لك رجلان التقيا ومع كل واحد منهما مال فقال احدهما لصاحبه ان اعطيتنى مما معك ثلاثة دراهم احملها الى ما معى يكون ما معى مثل ما بقى معك وقال الثانى ان انت اعطيتنى مما معك ستة دراهم احملها الى ما معى يكون معى مثلى ما بقى معك

قياس ذلك [f.º 43 r.º] ان تجعل ما مع الاول شيا الا ثلاثة

(1) Sic; por التى.

ضعف ما مشى البريد الثانى فى اليوم الاول وتضرب ذلك فى نصف عدد ايام الثانى وذلك نصف شىء يجتمع لك مال فهذا يعدل نصف مال واربعة وثمانين شيا ونصف شىء وثلاثة الاف وخمسماية وسبعين لان فراسخ الثانى مثل فراسخ الاول بعد اجتماعها (1) فيكون معك بعد المقابلة مال يعدل ماية وتسعة وستين شيا وسبعة الاف وماية واربعين من العدد فتنصف الاشياء وتضربها فى نفسها واحملها على الدراهم يجتمع لك اربعة عشر الفا ومايتان وثمانون وربع فتاخذ جذرها وذلك ماية وتسعة عشر ونصف فاحمل عليها نصف عدد [f.º 42 r.º] الاجذار وذلك اربعة وثمانون ونصف يجتمع لك مايتان واربعة وهى عدد الايام التى سارها الثانى فاحمل عليها اربعة وثمانين تكون ايام الاول وذلك مايتان وثمانية وثمانون فاذا اردت ان تعلم عدد الفراسخ التى سار كل واحد منهما فانك تطرح من عدد ايامهما واحدا وتضرب الباقى فى التفاضل وتحمل على المجتمع ضعف ما مشاه فى اليوم الاول وتضرب ما اجتمع فى نصف عدد تلك الايام يجتمع لك احدى واربعون الفا وستماية وستة عشر فهذه عدد الفراسخ التى سارها كل واحد منهم

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك بريدان خرجا من بلدة واحدة فى وقت واحد وامر احدهما ان يسير كل يوم عشرين فرسخا وامر الثانى ان يسير كل يوم فرسخا ويزيد فرسخا فى كم يوم يلحقه

---

(1) Sic; por اجتماعهما.

فى عدد فراسخه [f.° 41 r.°] التى مشاها فى اليوم وقابل احد العددين بالثانى فيكون معك مائة من العدد وعشرين شيا تعدل ثلاثين شيا فاخرج العشرين من الثلاثين واقسم المائة على ما بقى يخرج لك عشرة وهو قيمة الشىء وهى عدد ايام البريد الثانى ومشى الاول مثلها وخمسة وذلك خمسة عشر فان اردت الخروج الى الايام التى مشاها الاول فاجعلها شيا تكون ايام الثانى شىء الا خمسة ثم تضرب ايام كل واحد منهم فيما ساره وقابل احد العددين بالثانى يخرج لك قيمة الشىء خمسة عشر وهو ما سار الاول وسار الثانى ما سار الاول الا خمسة ايام وذلك عشرة

مسئلة منه ايضا

بريد خرج من بلدة وامره ان يسير كل يوم فرسخا ويزيد فرسخا فسار اربعة وثمانين يوما ثم ارسل بعده بريد اخر وامره ان يسير كل يوم فرسخا ويزيد فرسخين فى كم يوم يلحقه

قياس ذلك ان تجعل الايام التى مشاها الثانى شيا يكون الايام التى مشاها الاول شيا واربعة وثمانين ثم تخرج من ايام الاول احدا [f.° 41 v.°] [فى التفاضل] يبقى شىء وثلاثة ثمانون فاضربها وهو واحد واحمل عليها ضعف ما يمشى فى اول يوم واضربها فى نصف عدد الايام وذلك نصف شىء واثنان واربعون يجتمع لك نصف مال واربعة وثمانون شيا ونصف شىء وثلاثة الاف وخمسماية وسبعين من العدد فهذا عدد الفراسخ التى سارها ثم تخرج من ايام الثانى وهو شىء واحدا ابدا وتضرب الباقى فى التفاضل وتحمل على ما اجتمع

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لک جيش غزا فغنم اولهم درهما وتفاضلوا بدرهم فلما رجعوا قسموا ما غنموا بالسوية فاصاب كل واحد منهم عدد ثلثى الجيش

القياس فى ذلک [f.° 40 v.°] مثل القياس فى المسئلة التى قبل هذه وهو ان تجعل عدد الجيش شيا يخرج لک جميع ما غنموا بالعمل المتقدم نصف مال ونصف شىء فمتى قسمته على عدد الجيش وهو شىء خرج ثلثى عدد الجيش وهو شىء كما شرک فمتى ضربت ثلثى شىء فى شىء وقابلت بالذى يجتمع نصف مال ونصف شىء خرج لک قيمة الشىء ثلاثة وهو عدد الجيش ويخرج لک ما غنموا بالامتحان المتقدم ستة فاذا قسمته على عدد الجيش خرج اثنان وهو مثل ثلثى عدد الجيش كما شرک فاعلمه

باب البرد

اذا قيل لک بريدا خرج من بلدة وامره ان يسير كل يوم عشرين فرسخا فسار خمسة ايام ثم ارسل بعده بريدا اخر وامره ان يسير كل يوم ثلاثين فرسخا فى كم يوم يلحقه

القياس فى ذلک ان تجعل الايام التى مشاها الثانى شيا تكون الايام التى مشاها الاول شىء وخمسة ثم اضرب عد ايام الاول فى عدد فراسخه التى يمشيها فى اليوم وايام الثانى

قيمة الشیء عشرة وهو عدد الجيش فاذا اردت ما صار لاخفضهم اسقطت واحدا من العشرة وضربت ما بقى فى التفاضل واسقطت المجتمع منها غنم اعلاهم يبقى ما غنم اخفضهم

مسئلة منه ايضا

[f.° 40 r.°] اذا قيل لك جيش غزا فغنم اولهم درهما وتفاضلوا بدرهم فلما رجع قسموا ما غنموا بينهم بالسواء فاصاب كل واحد منهم عشرة دراهم كم عدة الجيش

قياس ذلك ان تجعل عدد الجيش شيا فاطرح منه واحدا ابدا كما تصنع فى باب تفاضل الغلمة يبقى لك شیء الا واحد فاضربه فى التفاضل يجتمع شیء الا واحد فاحمل عليه ما غنم الاول يجتمع لك شیء وهو ما غنم اعلاهم فاجمع ما غنم اعلاهم الى ما غنم اخفضهم يجتمع من ذلك شیء وواحد فاضربه فى نصف عدد الجيش يجتمع لك نصف مال ونصف شیء فهذا جميع ما غنموا فمتى قسمت ذلك على عدد الجيش خرج عشرة فمتى ضربت العشرة فى عدد الجيش يجب ان يعدل الجميع ما غنم الاول فيكون معك عشرة اشياء تعدل نصف مال ونصف شیء فاجبر وقابل فيكون معك مال يعدل تسعة عشر شیء فالشیء يعدل التسعة عشر من العدد وهو عدد الجيش فافهم

تسعة وهو عدد الجيش فان اردت امتحان ذلك تضرب عدد الجيش الا واحدا فى التفاضل واحمل على المجتمع ما غنم الاول وذلك اثنان يجتمع لك ستة وعشرون وهو ما غنم الاعلى واجمع ما غنم الاول الى ما غنم الاعلى واضرب ذلك فى نصف عدد الجيش يجتمع لك مائة وستة وعشرون وهو جميع ما غنموا على ما ذكرنا فى اول المسئلة

وهذه المسئلة وباقى الجيوش ومسائل البرد يستعمل فيها مسئلة واحدة من تفاضل الغلمة وهى عشرة غلمة قطيعة اخفضهم اثنان وبينهم فى التفاضل ثلاثة كم قطيعة اعلاهم وكم جميع قطايعهم فالعمل فى ذلك ان تضرب عدد الغلمة الا واحدا فى التفاضل وتحمل على ما اجتمع قطيعة الاخفض تجتمع قطيعة الاعلى ثم اجمع قطيعة الاخفض الى قطيعة الاعلى واضرب ما اجتمع فى نصف الغلمة يكون [f.º 39 v.º] جميع قطايعهم فافهم

وكذلك ان قيل لك جيش غزا فغنم اعلاهم واحدا وعشرين وتفاضلوا بدرهمين فكان جميع ما غنموا مائة وعشرين كم غنم اخفضهم وكم عدة الجيش

فاجعل عدد الجيش شيا واسقط منه واحدا يبقى شىء الا واحدا فاضربه فى التفاضل يكون شيان الا اثنين فاسقط هذا المجتمع مما غنم اعلاهم وذلك ثلاثة وعشرون الا شيئين فاجمع ما غنم اخفضهم الى ما غنم اعلاهم يجتمع من ذلك اربعة واربعون الا شيئين فاضربها فى نصف عدد الجيش وذلك فى نصف شىء يجتمع اثنان وعشرون شيا الا مال تعدل المائة وعشرين التى هى جميع غنايمهم فاجبر وقابل يكون معك مال ومائة وعشرون درهما تعدل اثنين وعشرين شىء فقد اخرجتك الى المسئلة الخامسة فاعمل على ما تقدم لك يخرج

باب الجيوش (1)

اذا قيل لك جيش غزا فغنم اولهم درهمين وتفاضلوا بثلاثة ثلاثة فكان جميع ما غنمواماية وستة وعشرين

قياس ذلك ان تجعل عدد الجيش شيا وتطرح منه واحدا يبقى شيء الا واحدا فاضرب ذلك فى التفاضل يجتمع ثلاثة اشياء الا ثلاثة دراهم فاحمل عليها ما غنم الاول يجتمع لك ثلاثة اشياء الا واحدا وهو ما غنم الاعلى فاجمع ما غنم الاول الى ما غنم الاعلى يجتمع ثلاثة اشياء وواحد فاضربها فى نصف عدد الجيش يجتمع لك مال ونصف مال ونصف شيء فهذا يعدل ما غنم الجيش وذالك ماية وستة وعشرون فتاخذ من كل شيء معك ثلثيه فيكون معك مال وثلث شيء يعدل اربعة وثمانين [f.º 39 r.º] فتنصفا عدد الاشياء وتضرب ذلك فى مثله وتحمل ما اجتمع على الدراهم وتاخذ جذر ما اجتمع وتطرح منه نصف عدد الاشياء يبقى لك تسعة وهو

---

(1) En este folio existe la nota marginal que sigue:

وعلة عمل الجيوش وتفاضل الغلمة نوع من انواع الجمع وهو اذا تفاضلت الاعداد بعدة معلومة دون التضعيف فاضرب التفاضل فى عدة الاعداد الا واحد فما بلغ فاحمل عليه اول الاعداد يكن ذلك اخر الاعداد فاحمل عليه اول الاعداد واضربه فى نصف العدة اعنى عدة الاعداد يكن ذلك المطلوب .... كرة

والقياس فى ذلك فى اخراج العدد بان تضرب الثلاثة ونصف فى عدد يجتمع لك منه اقل من الخمسين وتقسم الباقى على واحد ونصف يخرج عدد صحيح لان اكثر ما يستعمل هذا البـاب فى الطير والدواب وكثير من الحيوان فما لا يستعمل انقسامه مثل البغال والخيل والحمير وما اشبه ذلك فلهذا قلنا اطـلب عددين صحيحين يضرب احدهما فى ثـلاثـة ونصف [f.º 38 r.º] والثانى فى واحد ونصف ويخرج عدد صحيح لك كما قلنا فان جعلت القمح اربعة وضربته فى ثلاثة ونصف يجتمع لك اربعة عشر فاطرحها من الخمسين يبقى ستة وثلاثون فضرب الدينر فى واحد ونصف ستة وثلاثين فالدينار اذا من اربعة وعشرين وهو الشعير واذا جمعت القمح والشعير بلغ ثمانية وعشرين فاطرحها من المائة يبقى لك اثنان وسبعون وهو الدخن فاذا بعت الدخن كل قفيز بنصف درهم تجمع لك ستة وثلاثون ويجتمع فى ثمن الشعير ثمانية واربعون وفى ثمن القمح ستة عشر فيكون مائة بمائة فهذا العمل فى جميع الباب

فلو لم تجد عددين صحيحين يضرب احدهما فـى ثلاثة ونصف والثانى فى واحد ونصف حتى تفنى الخمسون كنت تجعل الشعير باقى المائة وتجعل عدد الدخن دينارا والقمح شيا وتعمل على ما تقدم وكذلك لو لم تخرج المسئلة ايضا كنت تجعل القمح الباقى من المائة وتعمل على ما تقدم فان لم تخرج هذه المسئلة مفتوحة الاعداد فـكـنـت تبدل بعض الاعداد وتعمل على هذه الاعمال على ما تقدم [f.º 38 v.º] واكثر المسـائل تخرج مفتوحة الاعداد وتخرج ايضا بصوابات كثيرة على ما تقدم وعلى نحو ما خرج فى هذه المسئلة واعلم ان هذه المسئلة وشبهها لا يجوز الا ان يكون شعر احدهما اقل من درهم فاعلمه

مسئلة منه ايضا رابعة

اذا قيل لك باع ثلاثة اجناس من الطعام قمحا وشعيرا ودخنا باع القمح على قفيز باربعة دراهم والشعير بدرهمين والدخن على قفيز بنصف درهم فابتاع من الثلاثة اجناس ماية قفيز ووجب لها ماية درهم كم اقفزة القمح وكم اقفزة الشعير وكم اقفزة الدخن

قياس ذلك ان تجعل اقفزة القمح شيا واقفزة الشعير دينارا تبقى اقفزة الدخن ماية الا شيا والا دينار ثم تبيع كل قفيز من اقفزة القمح باربعة دراهم يجتمع لك اربعة اشياء ثم تبيع كل قفيز من الشعير بدرهمين يجتمع فى ثمنه ديناران وقد كان جميع الثلاثة اجناس ماية من العدد فتطرح ثمن القمح والشعير من ثمن الماية يبقى لك ماية الا اربعة اشياء والا دينارين فهذا ثمن الدخن من هذه الجهة التى ذكرنا وثمنه من الجهة الاخرى [f.° 37 v.°] وهو ان تضرب عدد الاقفزة فى نصف واحد وهو الذى يبيع به كل قفيز يجتمع لك فى ثمنه خمسون الا نصف شىء والا نصف دينار فهذا يعدل الثمن المتقدم وذلك ماية الا اربعة اشياء والا دينارين فاطرح الخمسين من الماية يبقى معك خمسون تعدل ثلاثة اشياء ونصف شىء ودينارا ونصف دينار

فاطلب عددين صحيحين تضرب احدهما فى ثلاثة ونصف والثانى فى واحد ونصف يجتمع من ذلك خمسون فتجد العدد المضروب فى ثلاثة ونصف ان شئت واحد وان شئت اربعة وان شئت سبعة وان شئت عشرة وان شئت ثلاثة عشرة

مسئلة منه ثالثة

اذا قيل لک عشرة اقفزة شعير وقمح بعت كل قفيز منها بشعر [f.° 36 v.°] ثم جمعت ثمنيهما فكان ما اجتمع مثل فضل ما بين الثمنين ومثل فضل ما بين الكيلين

اعلم ان هذه المسئلة سيالة وقياس ذلک ان تجعل القمح ما شئت من العشرة يبقى الشعير الباقى من العشرة فكانک جعلت القمح ستة اقفزة يبقى الشعير اربعة اقفزة فتبيع القمح بما شئت من الاشياء فكانک بعت كل قفيز من القمح بشىء فيجتمع لک فى ثمنه ستة اشياء وتبيع الشعير بما شئت فكانک بعت كل قفيز منه بنصف شىء يجتمع لک فى ثمنه شيان فاجمع الثمن يجتمع لک ثمانية اشياء فهى تعدل ما بين الكيلين وذلک اثنان وفضل ما بين الشعرين وذلک نصف شىء فاطرح النصف شىء من الثمانية تبقى لک سبعة اشياء ونصف شىء تعدل اثنين فالشىء يعدل خمس واحد وثلث خمسه وهو ما يباع به القمح فثمن الستة الاقفزة درهم وثلاثة اخماس درهم ويبيع كل قفيز من الشعير بنصف ما باع كل قفيز من القمح وذلک ثلثا خمس درهم فاضرب اربعة فى ثلثى خمس يجتمع لک خمسان وثلثا خمس وهو مثل الذى اجتمع فى ثمن [f.° 37 r.°] الشعير فاجمع ذلک مع ثمن القمح وذلک واحد وثلاثة اخماس يجتمع لک اثنان وثلثا خمس وهو مثل فضل ما بين الكيلين ومثل فضل ما بين الشعرين لان الذى بين الكيلين والذى بين الثمنين اثنان وثلثا خمس فقد استوى العددان كما شرط

ستة وثلاثون مقسومة على شىء فاجمع ذلك كله فما اجتمع فهو ثمن القمح وثمن الشعير الذى حصل فى البيع يجتمع لك ثلاثة اشياء وثلث شىء وستة وثلاثون من العدد مقسومة على شىء فهذا يعدل ثمن القمح وهو عشرة مع ثمن الشعير وهو اثنى عشر ومع الاربعة دراهم التى هى الـفضـل فالمجتمع يعدل ستة وعشرين فاضرب كل ما معك فى شىء اذ ما خرج من قسمة الستة والثلاثين على شىء متى ضربت فى شىء كان ستة وثلاثون فيكون معك ثلاثة اموال وثلث مال وستة وثلاثون من العدد غير مقسومة تعدل ستة وعشرين شيا فتاخذ من كل شىء معك ثلاثة اعشاره فاذا اخذت ثلاثة اعشار كل ما معك خرجت الى مال وعشرة دراهم واربعة اخماس درهم تعدل سبعة اشياء واربعة اخماس شىء فتنصف الاشياء وذلك ثلاثة وتسعة اعشار فاضربها [f.° 36 r °] فى مثلها يجتمع لك خمسة عشر وخمس وعشر عشر فاطرح منها العشرة دراهم واربعة اخماس درهم يبقى لك اربعة دراهم وخمسان وعشر عشر فخذ جذرها اثنان وعشر فان حملتها على نصف الاجذار اجتمع لك ستة وهو الـشعـير المجهول وان شئت فاطرح الاثنين وعشر من نصف الاجـذار يبقى لك واحد واربعة اخماس وهو الشعير المجهول والامتحان فى ذلك كما تقدم وهو ان الشعير كان ستة اقفزة وابتاعها باثنى عشر درهم ابتاع كل قفيز بدرهمين وابتاع القمح كل قفيز بثلاثة وثلث فاذا باع الشعير وهو ستة اقفزة على ثلاثة وثلث وهو ثمن القمح يجتمع له عشرون درهما وباع الثلاثة اقفزة من القمح على حساب درهمين وهو الذى ابتاع به كل قفيز من الشعير اجتمع له ستة دراهم فيجتمع له ستة وعشرون درهما فقد حصل منها الراس مال اثنـان وعشرون وفضل له اربعة دراهم كما شرط

عشرة الا شیء ثم اضرب القمح فيما باع به كل قفيز يجتمع لك
فی ثمنه خمسة اشياء وتضرب اقفزة الشعير فيما باع به كل
قفيز يجتمع لك فی ثمنه [f.° 35 r.°] عشرون درهما الا شيئين
فاجمع ذلك يجتمع لك عشرون درهما وثلاثة اشياء تعدل اربعة
واربعين فاطرح العشرين من الاربعة واربعين يبقى لك اربعة
وعشرون تعدل ثلاثة اشياء فالشیء ثمانية وهو القمح والشعير
ما بقى من العشرة وذلك اثنان فاذا باع القمح على خمسة
دراهم اجتمع فی ثمنه اربعون والشعير على درهمين اجتمع
من ثمنه اربعة فصير المجتمع اربعة واربعين كما شرط

مسئلة منه ايضا ثانية

اذا قيل لك اشترى ثلاثة اقفزة قمحا بعشرة دراهم واشترى
شعيرا مجهولا باثنى عشر درهم فباع كل قفيز من القمح بثمن
كل قفيز من الشعير وباع كل قفيز من الشعير بثمن كل قفيز
من القمح وفضل له اربعة دراهم

قياسه ان تجعل الشعير شيا ثم تقسم الاثنى عشر درهما
على الشیء يخرج لك اثنى عشر مقسومة على شیء فهو ثمن
كل قفيز من الشعير وتقسم العشرة على الثلاثة التی هی
عدد اقفزة القمح يخرج لك ثلاثة وثلث وهو الذی اشترى به
كل قفيز من القمح وتضرب عدد الشعير وهو شیء فيما
ابتاع به كل قفيز [f.° 35 v.°] من القمح وذلك ثلاثة وثلث
يجتمع لك ثلاثة اشياء وثلث شیء فهو الذی يجتمع من
ثمن الشعير ثم تضرب اقفزة القمح فيما باع به كل قفيز
من الشعير وذلك فی اثنى عشر مقسومة على شیء يجتمع لك

مسئلة منه ايضا رابعة

اذا قيل لک امراة تزوجت ثلاثة ازواج فاصدقها الاول شيا مجهولا واصدقها الثانى جذر ما اصدقها الاول ودرهم واصدقها الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى واربعة دراهم فكان المجتمع اربعين

القياس فى ذلک ان تجعل ما اصدقها الاول مالا فيكون ما اصدقها الثانى جذر المال ودرهم وذلک شیء ودرهم ويكون ما اصدقها [f.º 34 v.º] الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى واربعة دراهم وذلک ثلاثة اشياء وسبعة دراهم فيكون معک مال واربعة اشياء وثمانية دراهم تعدل اربعين فقابل واعمل كما تقدم فى المسئلة الرابعة من المسائل الستة يخرج ما اصدقها الاول ستة عشر واصدقها الثانى جذر ما اصدقها الاول ودرهم وذلک خمسة واصدقها الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى واربعة دراهم وذلک تسعة عشر درهما فاذا جمعت ما اصدقها كل واحد منهم تجمع اربعين كما شرک فافهم

باب من مسائل القمح والشعير

عشرة اقفزة قمحا وشعيرا باع القمح كل قفيز بخمسة والشعير كل قفيز بدرهمين فكان المجتمع اربعة واربعين كم اقفزة القمح وكم اقفزة الشعير

قياس ذلک ان تجعل عدد اقفزة القمح شيا يبقى الشعير

قياس ذلك ان تجعل ما اصدقها الاول شيا يكون ما اصدقها الثانى اربعة اشياء ودرهم يكون ما اصدقها الثالث اثنى عشر وستة دراهم فاذا جمعت جميع ما اصدقها كل واحد منهم يبلغ ذلك سبعة عشر شىء وسبعة دراهم يعدل جميع ما اصدقوها وذلك ثمانية وخمسون فاجبر وقابل يخرج ما اصدقها الاول ثلاثة والثانى ثلاثة عشر والثالث اثنان واربعون

مسئلة منه ايضا ثالثة

اذا قيل لك امراة تزوجت ثلاثة ازواج فاصدقها الاول شيا مجهولا واصدقها الثانى جذر ما اصدقها الاول واصدقها الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى فكان المجتمع اثنين وثلاثين

قياس ذلك ان تجعل ما اصدقها الاول مالا فيكون ما اصدقها الثانى جذر المال وذلك شىء ويكون ما اصدقها الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى وذلك ثلاثة اشياء [f.º 34 r.º] فيكون معك مال واربعة اشياء تعدل اثنين وثلاثين فنصف الاشياء واضربها فى نفسها يكون معك اربعة فاحملها على اثنين وثلاثين يجتمع لك ستة وثلاثون فخذ جذرها بستة فتطرح منها نصف الاجذار وذلك اثنان يبقى اربعة وهو جذر المال والمال ستة عشر فهذا ما اصدقها الاول واصدقها الثانى جذر الستة عشر واصدقها الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى وذلك اثنا عشر فاذا جمعت ما اصدقها الاول والثانى والثالث اجتمع اثنان وثلاثون كما شرك

درهم [f.º 33 r.º] ثم قاسم بالباقى رجلا ثانيا بقى معه ربع شىء الا نصف درهم ثم زاده اثنان بقى بيده ربع شىء الا اثنين ونصف ثم قاسم بالباقى رجلا ثالثا وفضله بثلاثة دراهم يبقى معه ثمن شىء الا اربعة دراهم وربع تعدل العشرة فاجبر وقابل يخرج لك المال ماية واربعة عشر وذلك ما اردت معرفته

باب من الصدقات

اذا قيل لك امراة تزوجها ثلاثة ازواج فاصدقها الاول شيا مجهولا واصدقها الثانى ثلاثة امثال ما اصدقها الاول واصدقها الثالث اربعة امثال ما اصدقها الثانى فكان المجتمع ثمانين كم اصدقها كل واحد منهم

قياس ذلك ان تجعل ما اصدقها الاول شيا يكون ما اصدقها الثانى ثلاثة اشياء يكون ما اصدقها الثالث اثنى عشر فتكون ستة عشر شىء يعدل الثمانين فاقسم الثمانين على ستة عشر شىء يكون ما اصدقها الاول خمسة والثانى خمسة عشر والثالث ستين فاجمع ذلك كله يكون ثمانين كما شرك

مسئلة منه ايضا ثانية

اذا قيل لك امراة تزوجت ثلاثة ازواج فاصدقها الاول [f.º 33 v.º] شيا مجهولا واصدقها الثانى اربعة امثال ما اصدقها الاول ودرهما واصدقها الثالث ثلاثة امثال ما اصدقها الثانى وثلاثة دراهم فكان المجتمع ثمانية وخمسين كم الشىء المجهول

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك رجل كان معه مال تجر به وتضاعف له وتصدق منه بدرهم وتجر بالباقى وتضاعف له وتصدق منه [f.º 32 v.º] بدرهمين ثم تجر بالباقى وتضاعف له وتصدق منه بثلاثة دراهم ولم يبقى منه شىء كم المال

قياس ذلك ان تجعل مالك شيا ثم تضعفه على ما شرك يكون معك شيان فتصدق منه بدرهم يبقى معك شيان الا درهم تجر بالباقى وتضاعف له كان اربعة اشياء الا درهمين تصدق منه بدرهمين بقيت اربعة اشياء الا اربعة دراهم تجر بها وتضاعف فكانت ثمانية اشياء الا ثمانية دراهم فتصدق منه بثلاثة دراهم فكانت ثمانية اشياء الا احد عشر درهما تعدل لا شىء فاجبر وقابل يخرج لك المال واحد وثلاثة اثمان وهو ما اردت معرفته

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك رجل كان معه مال قاسمه رجل وفضله بدرهم ثم قاسم بالباقى رجل ثانى وفضله بدرهمين ثم قاسم بالباقى رجلا ثالثا وفضله بثلاثة دراهم وبقى معه عشرة دراهم كم المال

قياس ذلك ان تجعل مالك شيا تقاسمه مع رجل يبقى معه نصف شىء ثم زاده درهما يبقى معه نصف شىء الا

شيء يبقى مال الا شيء يعدل ثلاثة ارباع فاجبر المال بالشيء واحمله على الثلاثة ارباع يكن معك مال يعدل شيا وثلاثة ارباع درهم فقد اخرجتك هذه الى المسئلة السادسة فتنصف الاجذار واضربها فى نفسها واحمل ما اجتمع على الثلاثة ارباع وخذ جذر المجتمع واحمل عليه نصف عدد الاجذار فما اجتمع يكون الشيء وذلك واحد ونصف وهو جذر الجذر والجذر اثنان وربع والمال خمسة ونصف ثمن وامتحان ذلك ان تاخذ جذر الخمسة ونصف ثمن باثنين وربع فتسقطه من الاثنين وربع جذرها وذلك واحد ونصف يبقى ثلاثة ارباع كما شرط

مسئلة منه ايضا فى التجارة

اذا قيل لك رجل كان معه مال تجر به وتضاعف له [f.° 32 r.°] وتصدق منه بدرهم ثم تجر بالباقى وتضاعف له وتصدق منه بدرهمين ثم تجر بالباقى وتضاعف له وتصدق منه بثلاثة دراهم وبقى معه عشرون كم المال

قياس ذلك ان تجعل مالك شيا فتضعفه كما شرط يكون شيان فتصدق منه بدرهم بقى شيان الا درهم ثم تجر بالباقى فتضاعف له فكان اربعة اشياء الا درهمين تصدق منه بدرهمين بقى اربعة اشياء الا اربعة دراهم تجر بها فتضاعف له فكان ثمانية اشياء الا ثمانية دراهم تصدق منه بثلاثة دراهم فكان ثمانية اشياء الا احد عشر درهما تعدل عشرين الذى شرط فاجبر وقابل يخرج لك المال ثلاثة وسبعة اثمان وذلك ما اردت معرفته فلو اضعفت الثلاثة دراهم وسبعة اثمان وطرحت من المجتمع واحدا ثم اضعفت ما بقى وطرحت من المجتمع اثنين واضعفت ما بقى وطرحت من المجتمع ثلاثة فانه سيبقى عشرون كما شرط

منه ستة اجذاره يبقى مال الا ستة اجذار فلهذا جذر فاجعل جذر ذلك ما شئت [f.º 31 r.º] بعد ان يقابل لك العدد وذلك ان تجعل شيء الا عددا اكثر من نصف الاجذار فكانك جعلته شيا الا اربعة فى هذه المسئلة فما اجتمع قابلت به مالا الا ستة اجذار يخرج لك قيمة الشيء ثمانية والمال اربعة وستون ولها جذر وكذلك لو جعلت جذر المال الا ستة اجذار غير شيء الا اربعة كان يخرج لك المال غير ما تقدم اذ المسئلة سيالة فافهم

مسئلة من الاموال ايضا

اذا قيل لك مال حملت عليه ثلثه ودرهما واسقطت مما اجتمع ثلثه ودرهما فلم يبق شيا

العمل فى ذلك ان تجعل مالك شيا فتحمل عليه ثلثه ودرهما يكون المجتمع شيء وثلث شيء ودرهم تطرح ثلثه يبقى ثمانية اتساع شيء وثلثا درهم يعدل درهما لانه حكى انه طرح من الباقى درهما بعد طرح ثلث المجتمع فلم يبق شيء فتقول الثلثا درهم يعدل ثلثى درهم يبقى ثلث درهم يعدل ثمانية اتساع شيء فالشيء يعدل ثلاثة اثمان وامتحان ذلك ان تحمل على الثلاثة اثمان ثلثها ودرهما يكون المجتمع درهما ونصفا فاذا اسقطت [f.º 31 v.º] من المجتمع ثلثه ودرهما لم يبق شيء كما شرط

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال جذره الا جذر جذره ثلاثة ارباع

العمل فى ذلك ان تجعل مالك مال مال لكى يكون لجذره جذر فتاخذ جذر المال مال وذلك مال فتسقط منه جذره وذلك

ولو جعلت جذر المال الا عشرة دراهم شيا الا درهمين وتقابل
بالذى يجتمع لك من ضرب ذالك فى مثله مالا الا عشرة كان
يخرج لك قيمة الشىء ثلاثة ونصف والمال اثنا عشر وربع ولها
جذر وان انقصت منها العشرة دراهم كان لما بقى ايضا جذر

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال له جذر ان حملت عليه ثلاثة اجذاره كان له
جذر اعلم ان هذه المسئلة سيالة ايضا على ما تقدم

والقياس فى ذلك ان تجعل مالك مالا ليكون له جذر فاحمل
عليه ثلاثة اجذاره يجتمع لك مال وثلاثة [f.° 30 v.°] اشياء فهذا
يحتاج ان يكون له جذر فاجعل جذره ما شئت بعد ان يقابل
لك العدد وذلك ان تجعل جذره شيا وتزيد عليه عددا يكون
اقل من نصف عدد الاجذار المتقدمة فى صدر المسئلة فكانك
جعلته شيا ودرهما فاضربه فى مثله يجتمع لك مال وشيا ودرهم
فهذا يعدل مالا وثلاثة اجذار فاجبر وقابل يخرج لك قيمة الشىء
واحد وهو قيمة المال وله جذر وان حملت عليه ثلاثة اجذاره
يجتمع لك اربعة ولها جذر ايضا وكذلك لو جعلت جذر المال
وثلاثة اجذار شىء ونصف درهم كان يخرج لك المال غير الذى
خرج اذ جعلناه شيا ودرهما اذ المسئلة سيالة على ما تقدم

مسئلة منه ايضا فى الطرح

اذا قيل لك مال له جذر ان طرحت منه ستة اجذاره كان لما
بقى جذر فهذه المسئلة ايضا سيالة على ما تقدم

والقياس فى ذلك ان تجعل مالك مالا ليكون له جذر فتطرح

والقياس فى ذلك ان تجعل مالك [f.° 29 v.°] مالا ليكون له جذر فاحمل عليه خمسة دراهم فهذا يحتاج ان يكون له جذر فاجعل جذره ما شئت بعدان تقابل وهو ان يزيد على الشىء عددا يكون ضربه فى مثله اقل من الخمسة دراهم الزايدة على المال فكانك جعلته شيا وواحدا فتضرب الشىء والواحد فى مثله يجتمع لك مال وشيان ودرهم يعدل مالا وخمسة دراهم المتقدمة فى صدر المسئلة فاجبر وقابل يخرج لك الجذر اثنان والمال اربعة فاذا حملت عليها الخمسة دراهم المتقدمة الذكر فى صدر المسئلة كان له جذر ايضا ولو جعلت جذر المال والخمسة دراهم الزايدة شيا واثنين وقابلت بالذى يجتمع لك من ضرب ذلك فى نفسه المال والخمسة دراهم المذكورة يخرج لك الجذر ربع درهم والما نصف ثمن فالمال له جذر وان حملت عليه الخمسة دراهم كان له جذر ايضا لان المجتمع خمسة ونصف ثمن وجذرها اثنان وربع وهكذا تخرجها بما شئت

مسئلة من ايضا فى الطرح

اذا قيل لك مال له جذر ان اسقطت منه عشرة دراهم كان لما بقى جذر هذه المسئلة ايضا سيالة [f.° 30 r.°]

والقياس ان تجعل مالك مالا ليكون له جذر وتطرح منه العشرة دراهم على ما شرط يبقى مال الا عشرة دراهم فكانك جعلت جذره شيا الا درهما فاضربه فى مثله يجتمع لك مال ودرهم الا شيان تعدل مالا الا عشرة دراهم فاجبر وقابل يخرج قيمة الشىء خمسة ونصف والمال ثلاثون وربع ولها جذر وان انقصت منها العشرة دراهم بقى عشرون وربع ولها جذر

واحد من الاولين وواحد من الاخرين ثلاثة وثلاثة ارباع وان شئت قسمت الثلاثة وثلاثة ارباع على الثلاثة فما خرج ضربته فى الشىء فما كان ضربته فى الرجال الاخرين فما كان قابلت به الخمسين

وبرهان ذلك بين واضح وذلك ان ضرب ما خرج اخرا فى الرجال الاخرين كضرب ما خرج اولا فى الرجال الاولين لانك متى ضربت ما خرج من القسم فى المقسوم عليه عاد المقسوم الاول فهذه اذا اربعة اعداد ضرب الاول وهو الذى خرج اخرا فى الرابع وهم الرجال الاخرين كضرب الثانى وهو الذى خرج اولا فى الرجال الاولين وهو الثالث فنسبة الاول اذا وهو الذى خرج اخرا الى الثانى وهو الذى [f.° 29 r.°] خرج اولا كنسبة الشىء وهو الرجال الاولين الى الشىء وثلاثة وهو الرجال الاخرين فاذا فصلنا يكون نسبة الذى خرج اخرا الى الثلاثة وثلاثة ارباع كنسبة الشىء الى الثلاثة فاذا بدلنا يكون نسبة الثلاثة وثلاثة ارباع الى الثلاثة كنسبة الذى خرج اخرا من الشىء مثل وربع مثل فهو اذا شىء وربع شىء فاذا ضرب فى الرجال الاخرين عادت الخمسون فافهم وكذلك برهان العمل الاول لانه لما قسم الثلاثة وثلاثة ارباع على الثلاثة وضرب ما خرج فى الشىء كان كضرب الثلاثة وثلاثة ارباع فى الشىء وقسمة ما خرج على الثلاثة وهذا بين لان كل عددين يقسم احدهما على الاخر ويضرب ما خرج فى عدد ثالث هو كضرب احد العددين فى العدد الثالث وقسمت ما خرج على العدد الثانى

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال له جذر ان جملت عليه خمسة دراهم كان له جذر اعلم ان هذه المسئلة سيالة تخرج بصوابات كثيرة

فى فضل ما اصاب واحدا من الرجال الاخرين وواحدا من الاولين وذلك ثلاثة وثلاثة ارباع يجتمع لك ثلاثة اشياء وثلاثة ارباع شيء فاقسم ذلك على فضل ما بين الرجال الاولين والاخرين وذلك ثلاثة يخرج لك شيء وربع شيء فاضربه فى الرجال الاخرين وهو شيء وثلاثة يخرج لك مال وربع مال وثلاثة اشياء وثلاثة ارباع شيء فهذا يعدل خمسين فتاخذ من كل شيء معك اربعة اخماسه فيكون معك مال (1) [f.° 28 v.°] وثلاثة اشياء تعدل اربعين فتعمل على ما تقدم فى الرابعة يخرج الرجال الاولين خمسة فاذا قسمت عليهم الخمسين درهما يخرج لكل واحد منهم عشرة فاذا زدت عليهم ثلاثة وقسمت على ما اجتمع خمسين يخرج لكل واحد من الاخرين ستة وربع وكان خرج لكل واحد من الاولين عشرة فقد صار فضل ما بين

---

(1) Al margen del f.° 28 r.°, aparece la siguiente glosa de mano distinta:

الحمد لله كثيرا بيان هذا العما وذلك انه لما قسم اولا خمسين درهما على شيء خرج خارج وهو خه ب وزيادة ثلاثة وثلاثة ارباع ثم قسم ثانيا الخمسين درهما ايضا على شيء وزيادة ثلاثة خرج خه ب فقه فيجب ان يكون ضرب جميع الخارج الاول فى الشيء بخمسين درهما فضرب خه ب اذن فقه فى الشيء بخمسين غير ضرب ثلاثة وثلاثة ارباع فى شيء فبالضرورة ان هذا المستثنى هو الخارج من ضرب خه ب فى ثلاثة دراهم فاذا قسم على ثلاثة دراهم خرج خه ب وهو شيء وربع شيء وهو خارج القسمة اخرا فاضربه فى شيء وثلاثة وعادل بالخارج الخمسين درهما يخرج لك الشيء خمسة فاعلمه كرة

قياسه ان تضرب العشرين وشىء فى الذى خرج من القسم وهو ثلث الشىء يجتمع لك ثلث مال وستة اشياء وثلثى شىء فهذا يعدل الماية درهم فاجبر ما لك حتى يكون معك مالا كاملا وذلك بضربه فى ثلاثة فاضرب كل شىء معك فى ثلاثة يخرج لك مال وعشرون جذرا تعدل ثـلاث ماية درهم فقد خرجت الى المسئلة الرابعة فاعمل على ما تقدم فى الرابعة وذلك ان تنصف الاجذار وتضربها فى نفسها وتحمل ما اجتمع على العدد وتاخذ جذر ما اجتمع وتـاخذ منه نصف الاجذار فيكون معك قيمة الشىء وهو عشرة فاذا قسمنا الماية درهم على العشرين مع العشرة خرج ثلاثة وثـلث وهو مثل ثـلـث العشرة الزايدة التى كنا عنها بالشىء

مسئلة منه ايضا [f.º 28 r.º]

قسم خمسون درهم على رجال فاصاب الواحد منهم شىء ثم زدت فيهم ثلاثة رجال وقسمت عليهم الخمسين فاصاب كل واحد من الاخرين اقل مما اصاب الاولين بثلاثة وثلاثة ارباع درهم

قيـاسه ان تضرب الرجـال الاولين فى فـضـل ما بين ما اصـاب واحد امن الاولين وواحدا من الاخرين فـما اجتمع قسمتة على فضل ما بين الرجال الاولين والاخرين فما خرج ضربته فى الرجـال الاخرين فما اجتمع قـابـلـت به العدد المقسوم (1) وذلك ان تجعل الرجال الاولين شيا فتضرب ذلك

(1) Al margen: 50 يعنى.

او مثلى المال او ما اشبه ذلك فلا يخرج بهذا العمل وتدفعك الضرورة ان تجعل ما لك شيا وتتبع المسئلة كما شرك كما تقدم لك فى ساير المسائل فاعلمه

(باب) مسئلة (1) منه ايضا فى القسم

اذا قيل لك مالان بينهما عشرة دراهم قسمت الاقل على الاكثر فخرج ثلاثة ارباع

قياسه ان تجعل احد المالين شيا وهو الاقل فيكون الاكبر شىء وعشرة دراهم فلما قسمنا شيا على شىء وعشرة خرج ثلاثة ارباع كما شرك ومتى ضربنا ما خرج من القسم فى المقسوم عليه عاد المقسوم فاضرب ثلاثة ارباع فى شىء وعشرة يجتمع لك ثلاثة ارباع شىء وسبعة دراهم ونصف تعدل شيا فاجبر وقابل وذلك ان تكرح ثلاثة ارباع شىء من شىء يبقى لك ربع شىء يعدل سبعة ونصفا فالشىء يعدل ثلاثين وهو المال [f.º 27 v.º] الاقل والاكبر يزيد على الاقل بعشرة دراهم على ما شرك فالاكبر اربعون فاذا قسمنا ثلاثين على اربعين خرج ثلاثة ارباع كما شرك

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك قسمت مایة على عشرين وشىء فاصاب (2) القسم ثلث الشىء

---

(1) La palabra مسئلة está en letra más pequeña sobre la palabra باب.

(2) Al margen: يعنى خرج من.

قياسه ان تجعل مالك مالا فتطرح اربعة اجذاره يبقى لك مال الا اربعة اجذار فتاخذ ثلث هذا الباقى بثلث مال الا جذر وثلث جذر فهذا يعدل اربعة اجذار المال فاجبر الثلث مال بالجذر وثلث جذر وزده على الاربعة الاجذار فيكون معك ثلث مال يعدل خمسة اجذار وثلث جذر فالمال يعدل ستة عشر جذر وهو جذر المال [f.° 26 v.] فالمال مايتان وستة وخمسون فاذا طرحت منها اربعة اجذارها يبقى مائة واثنان وتسعون فاذا اخذنا ثلث ذلك وجدناه اربعة وستين وهى مثل الاربعة اجذار وان شئت قد علمت ان الذى بقى من المال بعد طرح الاربعة اجذار مال الا اربعة اجذار وان ثلث ذلك يعدل اربعة اجذار فالباقى دونان يوخذ ثلثه يعدل اثنى عشر جذرا فمعك مال الا اربعة اجذار يعدل اثنى عشر جذر فاجبر المال بالاربعة الاجذار وزد مثل ذلك على الاثنى عشر جذر يكون معك مال يعدل ستة عشر جذرا فالجذر ستة عشر والمال مايتان وستة وخمسون والامتحان على ما تقدم

مسئلة منه فى الطرح ايضا

اذا قيل لك مال طرحت ثلثه وربعه وضربت ما بقى فى مثله فعاد المال فالعمل فى ذلك ان تجعل مالك مالا فتطرح ثلثه وربعه الباقى سدسى مال ونصف سدس مال وذكر ان الباقى متى ضرب فى نفسه عاد المال فالباقى اذا شىء فالشىء يعدل سدسى مال ونصف سدس مال فالمال يعدل [f.° 27 r.°] شيئين وخمسى شىء فقد اخرجتك الى المسئلة الاولى فالمال المطلوب هو خمسة وثلاثة اخماس واربعة اخماس خمس وان قال وضربت الباقى فى مثله فعاد المال ودرهم اوالا درهم

مسئلة منه ايضا فى الطرح

اذا قيل لك مال يطرح ثلثه ثم يضرب ما بقى فى ثلاثة اجذار المال الاول فيعود المال الاول

قياسه ان تجعل ما لك مالا فتلقى ثلثه يبقى لك ثلثى المال فاضرب ذلك فى ثلاثة اجذار المال الاول وذلك ثلاثة اشياء يجتمع لك كعبان فهما يعدلان المالى الاول وهو مال فاقسم الكعبين على المال يخرج لك شيان يعدلان درهما لان الشيئين ضربا فى المال فكان مالا لانه مساو للكعبين فتقول اى عدد يضرب فى مال فيجتمع منه مالا تجد ذلك درهما فالشىء الواحد نصف درهم فالمال ربع درهم فالمال المطلوب ربع درهم فاذا طرحت ثلثه يبقى لك سدس درهم فاذا ضربت ذلك فى ثلاثة اجذار المال الاول وثلاثة اجذار المال درهم ونصف [f.° 26 r.°] يخرج لك ربع لان سدس درهم ونصف سدس هو ربع درهم وهو مثل المال الاول وان شئت قلت ثلثى مال يضرب فى ثلاثة اجذار المال فيكون كعبين فالكعبين هى مساوية للمال لانه شرط انه عاد المال فالثلاثة اجذار المال تضرب فى ثلثى مال فيعود مال فالثلاثة اجذار هى واحد ونصف لانك متاضربت واحدا ونصفا فى ثلثى مال يجتمع مال فالثلاثة اجذار تعدل واحدا ونصفا فالجذر نصف والمال ربع فافهم

مسئلة منه ايضا فى الطرح

اذا قيل لك مال يطرح اربعة اجذاره ثم تاخذ ثلث ما بقى فيكون مثل الاربعة الاجذار

معک مال یعدل جذرا ونصف سبع جذر فقد اخرجتک الی المسئلة الاولی فالجذر واحد ونصف سبع والمال واحد وسبع وربع سبع السبع فاذا اخذنا ثلثی خمس هذا المال کان مثل سبع جذره فافهم ٠

مسئلة منه ایضا

اذا قیل لک مال ثلاثة ارباع خمسه مثل اربعة اخماس جذره قیاسه علی ماتقدم فیکون معک ثلاثة ارباع خمس مال یعدل اربعة اخماس شیء فالمال یعدل خمسة اشیاء وثلث شیء فجذر المال خمسة وثلث والمال ثمانیة وعشرون واربعة اتساع فاذا اخذنا اربعة اخماس جذر هذا المال کان مثل ثلاثة ارباع خمسه کما شرک

مسئلة منه ایضا

اذا قیل لک مال ضربته فی جذره فکان ثلاثة امثال المال قیاسه ان تجعل مالک مالا لیکون له جذر وتضربه فی جذره وذلک شیء فیکون کعب یعدل ثلاثة اموال فالشیء اذا ضرب فی المال فیجتمع منه ثلاثة اموال فتقول ای عدد یضرب فی مال حتی یکون ثلاثة اموال تجد ذلک ثلاثة وهو قیمة الشیء والمال ضرب ذلک فی مثله وذلک تسعة وهذا ما اردت معرفته فافهم

خمسة دراهم ثم تطرح الاربعة دراهم الذى ذكر يبقى خمسة اجزاء من اثنى عشر [f.º 24 v.º] من مال الا تسعة دراهم فتضرب هذا فى مثله يعدل المال واثنى عشر درهما وقد كنا جعلنا مالا الا اثنى عشر فالخمسة اجزاء من اثنى عشر من مال الا تسعة دراهم متى ضربتها فى مثلها بلغ مالا فهى جذر المال وهو شىء فمعك خمسة اجزاء من اثنى عشر من مال الا تسعة تعدل شيا فاجبر الخمسة اجزاء بالتسعة دراهم واحملها على الشىء يكن معك خمسة اجزاء من اثنى عشر من مال تعدل شيا وتسعة دراهم فاضرب كل شىء معك فى اثنين وخمسين وتخرج لك المسئلة السادسة يخرج لك الشىء ستة والمال ستة وثلاثون وقد كنا جعلنا مالنا مالا الا اثنى عشر فهو اربعة وعشرون والعمل الذى قدمنا (sic) ذكره يسهل للمبتدى لانه يجعل المال المجهول اشياء (1) وهو الذى يصرفه فى اكثر المسائل وهذا العمل الثانى الذى ذكره ابو كامل هو اقرب فى الاعداد فافهم

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال ثلثا خمسه مثل سبعى جذره

قياسه ان تجعل [f.º 25 r.º] مالك مالا ليكون له جذر ثم تاخذ ثلثى خمسه وذلك ثلثى خمس مال فهذا يعدل سبعى جذره وذلك سبعى شىء فاكمل ذلك حتى يكون مالا وذلك بضربه فى سبعة ونصف فاضرب كل شىء معك فى سبعة ونصف يكون

(1) Léase شيا.

اخماس واربعة اخماس الخمس وذلك بخمسة وتسعة عشر جزء
من خمسة وعشرين فاضرب كل ما معك فى خمسة وتسعة عشر
جزا من خمسة وعشرين فيكون معك مال وثلاثة وعشرون درهما
وجزء من خمسة وعشرين فى الدرهم تعدل اربعة وعشرين جذر
واربعة وعشرين جزء من خمسة وعشرين فى الجذر فنصف الاجذار
وذلك باثنى (1) عشر جذر واثنى عشر جزء من خمسة وعشرين
فى الجذر فاضربها فى مثلها يجتمع لك ماية وخمسة وخمسون
واربعماية جزء وتسعة وستون جزا من ستماية وخمسة وعشرين
فاطرح منها الدراهم يبقى لك ماية درهم واثنان وثلاثون
درهما واربعماية جزء واربعة واربعون جزا من ستماية وخمسة
وعشرين لان الجزء الذى مع الدراهم هو من [f.° 24 r.°]
خمسة وعشرين فاذا صيرته اجزاء من ستماية وخمسة وعشرين
وجدته يعدل خمسة وعشرين جزا من ستماية وخمسة وعشرين
فتاخذ جذرها وذلك بان تضرب الدراهم مع الاجزاء فى ستماية
وخمسة وعشرين يجتمع لك اثنان وثمانون الف وتسعماية واربعة
واربعون فتاخذ جذر ما اجتمع وذلك مايتان وثمانية وثمانون
وتقسم ذلك على جذر ستماية وخمسة وعشرين يخرج لك احدى
عشر وثلاثة عشر جزا من خمسة وعشرين فزدها على نصف
الاجذار وذلك اثنا عشر واثنا عشر جزا من خمسة وعشرين يخرج
المال المطلوب وذلك اربعة وعشرون فان طرحت ثلثه وربعه
واربعة دراهم كما شرط تبقى ستة فان ضربت ذلك فى مثله عاد
المال واثنا عشر درهم وان شئت عملتها بعمل ابى كامل فى
كتابه فى الجبر وذلك ان تجعل المال مالا الا اثنى عشر درهم
فتطرح ثلثه وربعه الباقى خمسة اجزاء من اثنى عشر من مال الا

---

(1) Es tecnicismo: el نصف exige ب.

يبقى لك ثلثا شىء الا ثلاثة دراهم فاضرب ذلك فى مثله يجتمع لك اربعة اتساع مال وتسعة دراهم الا اربعة اشياء تعدل [f.° 23 r.°] المال فيكون معك اربعة اتساع مال وتسعة دراهم تعدل خمسة اشياء فاجبر ما لك ايكون معك مالا كاملا وذلك بضربه فى اثنين وربع يجتمع لك مال وعشرون درهم وربع يعدل احد عشر شيا وربع شىء فنصف الاشياء بخمسة وخمسة اثمان واضرب ذلك فى مثله يجتمع لك احدى وثلاثون وخمسة اثمان وثمن الثمن فاطرح من ذلك الدراهم يبقى لك احدى عشر وثلاثة اثمان وثمن الثمن فخذ جذرها واحمله على نصف الاجذار تكن تسعة وهو المال فاذا طرحت ثلثه وثلاثة دراهم وضربت الباقى فى مثله وذلك ثلاثة دراهم عاد المال كما شرط

مسئلة منه ايضا فى الطرح

اذا قيل لك مال طرحت ثلثه وربعه واربعة دراهم وضربت ما بقى فى مثله فعاد المال واثنا عشر درهم

قياسه ان تجعل مالك شيا ثم تطرح ثلثه وربعه واربعة دراهم يبقى خمسة اجزاء من اثنى عشر من الشىء الا اربعة دراهم فاضرب ذلك فى مثله يجتمع لك خمسة وعشرون جزا من ماية واربعة واربعين من مال الا ثلاثة [f.° 23 v.°] اشياء وثلث الشىء وستة عشر درهم تعدل المال الاول واثنى عشر درهما وذلك شىء واثنا عشر فاطرح الدراهم من الدراهم واحمل الاشياء الناقصة على الشىء الزايد يكون معك خمسة وعشرون جزا من ماية واربعة واربعين من مال واربعة دراهم تعدل اربعة اشياء وثلث شىء فاجبر مالك حتى يكون مالا كاملا وذلك بضربه فى خمسة وثلاثة

يعدل اربعة اشياء فاجبر مالك حتى يكون معك مالا تاما وذلك ان تضربه فى ثلاثة فاضرب كل ما معك فى ثلاثة يجتمع لك فى هذه المسئلة مال يعدل اثنى عشر جذرا فقد اخرجتك هذه المسئلة الى المسئلة الاولى فاعمل على ما تقدم يخرج لك الجذر اثنا عشر والمال كنا جعلناه شيا فالمال اثنا عشر فاذا ضربنا ثلث المال ودرهم فى المال كان المجتمع خمسة امثال المال وذلك ستون

مسئلة منه ايضا [f.° 22 v.°]

اذا قيل لك مال ضربته فى ثلثه فعاد مثلى المال واربعة وعشرون درهما

قياس ذلك ان تجعل مالك شيا على ما تقدم قبل هذا ثم تضربه فى ثلثه كما شرط يكون معك ثلث مال يعدل شيان واربعة وعشرون درهما فاجبر ثلث المال حتى يكون مالا تاما وذلك بضربه فى ثلاثة فاضرب كل شىء معك فى ثلاثة يجتمع لك مال يعدل ستة اشياء واثنين وسبعين درهما فقد خرجت الى المسئلة السادسة فاعمل على ما تقدم يخرج لك قيمة الشىء الذى جعلت المال اثنا عشر فاذا ضربته فى ثلثه عاد مثلى المال واربعة وعشرين درهما كما شرط

مسئلة منه ايضا فى الطرح

اذا قيل لك مال طرحت ثلثه وثلاثة دراهم ثم ضربت الباقى فى مثل فعاد المال

قياسه ان تجعل مالك شيا ثم تطرح ثلثه وثلاثة دراهم

الى نصف سدس مال وثلاثة اسداس شيء ونصف سدس شيء
ودرهم يعدل عشرين درهما فاطرح الدرهم من العشرين
وتجبر نصف سدس المال حتى يكون معك مال وذلك بضربه فى
اثنى عشر وتضرب كل ما معك فى اثنى عشر فيكون معك مال
وسبعة اشياء تعدل مايتى درهم وثمانية وعشرين درهما
واعمل على ما تقدم فى المسئلة الرابعة يخرج لك قيمة الشيء
اثنا عشر وهو المال المطلوب فافهم تصب ان شاء الله تعالى

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال ضربته فى ثلثه فعاد اربعة امثال المال
قياس ذلك على ما تقدم وذلك ان تجعل مالك شيا [f.° 22 r.°]
فتضربه فى ثلثه كما شرك يخرج لك ثلث مال يعدل اربعة امثال
المال وذلك اربعة اشياء فاجبر الثلث مال وذلك بضربه فى ثلاثة
فاضرب كل ما معك فى ثلاثة يجتمع لك مال يعدل اثنى عشر
شيء وذلك قيمة الشيء الذى هو المال فاذا ضربناه فى ثلثه
يجتمع اربعة المثال المال كما شرك وذلك ثمانية واربعون

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال ضربته فى ثلثه ودرهم فعاد خمسة امثال
المال
قياس ذلك ان تجعل مالك شيا ثم تضربه فى ثلثه
ودرهم يجتمع لك ثلث مال وشيء يعدل خمسة اشياء فتطرح
الشيء من الخمسة اشياء يبقى لك اربعة اشياء فيكون ثلث مال

مسئلة مذه ايضا

اذا قيل لك مال ضربت ثلثه فى ربعه فعاد المال بزيادة اربعة وعشرين درهما

قياس ذلك ان تجعل ما لك شيا فتضرب ثلثه فى ربعه يجتمع لك نصف سدس مال يعدل المال واربعة وعشرين درهما والمال كنا جعلناه شيا فيكون معك نصف سدس مال يعدل شيا واربعة وعشرين درهما فاضرب كل شىء معك فى اثنى عشر فانك تكمل ما لك حتى يكون معك مالا تاما وتضرب ما معه فيما ضرب فيه المال فيكون معك مال يعدل اثنى عشر جذرا ومايتين وثمانية وثمانين درهما فتعمل على ما تقدم فى المسئلة السادسة يخرج لك الشىء اربعة وعشرون فكنا جعلنا المال شيا فالمال اربعة وعشرون فاذا ضربنا ثلثه فى ربعه بلغ ثمانية واربعين فزاد على المال اربعة وعشرين كما شرك

[f.° 21 v.°] مسئلة مذه ايضا

اذا قيل لك مال ضربت ثلثه ودرهما فى ربعه ودرهم فبلغ عشرين

قياسه ان تضرب ثلث شىء ودرهم فى ربع شىء ودرهم وتقابل بالذى يجتمع لك عشرين درهما يخرج لك المال اثنى عشر وهو قيمة الشىء الذى هو المال فاذا ضربنا ثلثه ودرهما فى ربعه ودرهم بلغ عشرين كما شرك ويخرج فى الجبر والمقابلة

وتنقص منه الدرهم الناقص به فى صدر المسئلة فيكون معك ضرب شىء ودرهمين فى شىء الادرهم يجتمع لك من ضربها مال وشىء الا درهمين تعدل ثمانية عشر فاجبر وقابل يكن معك مال وشىء يعدل عشرين فاعمل على ما تقدم يخرج لك اربعة وهو [f.° 20 v.°] جذر المال والمال ستة عشر فاخذنا جذره ودرهمين وذلك ستة فضربناها فى جذره الا درهم وذلك ثلاثة فبلغ ثمانية عشر فافهم

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال ضربت جذره الا درهمين فى جذره الا درهم فبلغ ستة

قياسه ان تجعل ما لك مالا ليكون له جذر فتاخذ جذره وتطرح منه الدرهمين يبقى لك شىء الا درهمين ثم تاخذ جذره ايضا وتطرح منه الدرهم يبقى لك شىء الا درهم فاضرب شيا الا درهم فى شىء الا درهمين يخرج لك مال ودرهمان الا ثلاثة اشياء تعدل ست دراهم فاجبر المال والدرهمين بالثلاثة اشياء الناقصة يكن معك مال ودرهمان فاجبر الستة دراهم بمثل ما جبرت به المال والدرهمين يكن معك ثلاثة اشياء وستة دراهم تعدل مالا ودرهمين فاطرح الدرهمين من الستة دراهم يبقى معك مال يعدل ثلاثة اشياء واربعة دراهم فقد خرجت الى المسئلة السادسة فاعمل على ما تقدم يخرج لك اربعة وهو جذر المال والمال ستة عشر فاذا ضربنا جذر [f.° 21 r.°] المال الا درهم وذلك ثلاثة فى جذره الا درهمين وذلك اثنان فبلغ ستة كما شرك

باب من مسائل الاموال

اذا قيل لك مال ضربت جذره ودرهما فى جذره ودرهمين فبلغ ثلاثين

قياسه ان تاخذ جذر المال وذلك شىء ثم تحمل عليه الدرهم الذى ذكر ثم تحمل على جذره ايضا الدرهمين الذى ذكر فيكون معك شىء ودرهم فى شىء ودرهمين [f.° 20 r.°] تعدل ثلاثين فتطرح منها الدرهمين يبقى لك ثمانية وعشرون تعدل مال وثلاثة اشياء فتعمل على ما تقدم وذلك بان تنصف الاشياء وتضربها فى نفسها وتحملها على الثمانية وعشرين درهم وتاخذ جذر ما اجتمع وذلك خمسة ونصف فتطرح منها تنصيف الاشياء تبقى اربعة وهو جذر المال والمال ستة عشر والامتحان فى ذلك ان تحمل على جذر المال وذلك اربعة دراهم الدرهمين الذى شرك فيها ثم تحمل عليه الدرهم الذى شرك ايضا فى صدر المسئلة ثم تضرب بعضها فى بعض يكن المجتمع ثلاثين كما شرك

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك مال ضربت جذره ودرهمين فى جذره الا درهم فبلغ ثمانية عشر

قياسه على ما تقدم وذلك ان تحمل على جذر المال الدرهمين الذى شرك بها ثم تاخذ جذر المال ايضا ثانية

اشياء فاجبر العشرة اموال والالف درهم بالمايتى شىء الناقصة واحملها على الخمسة اشياء ثم رد كل ما معك الى مال واحد وهو ان تاخذ من كل شىء معك عشره فيكون معك مال ومائة درهم يعدل عشرين شىء ونصف شىء فتنصف الاجذار واضربها فى نفسها واخرج منها الدراهم وخذ جذر ما بقى وذلك اثنان وربع فاخرجها من نصف الاجذار وذلك عشرة وربع يبقى ثمانية وهو احد القسمين والثانى اثنان فاذا ضربنا الثمانية فى الخمسة وقسمنا ما اجتمع على الاثنين واخذنا نصف ما خرج وذلك عشرة وردته على الذى يجتمع من ضرب الثمانية فى الخمسة فبلغ خمسين كما شرك ولو لم تضعف الخمسين الاخمسة اشياء فى اول هذه المسئلة وضربتها دون اضعاف فى العشرة الا شىء كنت تقابل بالذى يجتمع لك شكر الخمسة [f.º 19 v.º] الاشياء وكان يخرج احد القسمين ثمانية والثانى اثنان وان شئت قد علمت ان ضرب احدهما فى خمسة خمسة اشياء فاذا قسمنا هذه الخمسة اشياء على العشرة الا شىء واخذنا نصف ما خرج وزدناه على الخمسة اشياء بلغ خمسين فمتى كرحنا الخمسة اشياء من الخمسين بقى خمسون الا خمسة اشياء فهذه الخمسون الا خمسة اشياء تقوم مقام العشرة التى هى نصف ما خرج من القسم فى المسئلة المتقدمة الذكر التى قبل هذا فاضعفها كما اضعفت العشرة فى المسئلة المتقدمة واضرب ذلك فى العشرة الاشياء (1) وقابل بالذى يجتمع لك خمسة اشياء كما عملت فى المسئلة المتقدمة يخرج لك احد القسمين ثمانية والثانى اثنان فاعلمه

---

(1) Sic; pero el sentido exige leer الا شىء.

قياسه ان تجعل القسم الواحد شيا يبقى الـثـانى عشرة الا شىء فاضرب احدهما فى خمسة [f.° 18 v.°] يجتمع لك خمسة اشياء ماذا قسمت هذه الخمسة اشـيـاء على عشرة الا شىء واخذت نصف ما خرج يكون عشرة كما شرك فجميع ما خرج عشرون ومتى ضربنا ما خرج من القسم فى المقسوم عليه عاد الذى قسم فتضرب عشرين فى عشرة الا شىء يجتمع لك مايتان الا عشرين شيا فهى تعدل خمسة اشياء فاجبر المايتين درهم بالعشرين شىء واحملها على الخمسة الاشياء يجتمع لك خمسة وعشرون تعدل مايتين درهم فالشىء يعدل ثمانية وهو احد القسمين والثانى اثنان

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمتها قسمين فضربت احدهما فى خمسة وقسمت ما اجتمع على الثانى واخذت نصف ما خرج وزدته على الجميع من ضرب احدهما فى خمسة فبلغ خمسين

قياسه ان تجعل القسم الواحد شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فاضرب احدهما فى خمسة يجتمع لك خمسة اشياء فاذا قسمنا هذه الخمسة اشياء على العشرة الا شىء واخذنا نصف ما خرج وزدناه على الخمسة الاشياء بلغ خمسين كما شرك فاذا اسقطنا [f.° 19 r.°] الخمسة اشياء من الخمسين تبقى خمسون الا خمسة اشياء وهو نصف ما خرج فجميع ما خرج ماية الا عشرة اشياء فاضربها فى عشرة الا شىء يعدل المجتمع خمسة اشياء وضرب الماية الا عشرة اشياء فى العشرة دراهم إلا شىء الف درهم وعشرة اموال الا مايتى شىء فهذا يعدل خمسة

اسداس الباقية المتقدمة الذكر يجتمع لك ثمانية اشياء وثلث شيء الا خمسة اسداس مال فهذا يعدل ماية درهم الا عشرين شيء فاجبر الثمانية اشياء وثلث شيء بالخمسة اسداس مال يكون ثمانية اشياء وثلث شيء وتزيد الخمسة اسداس مال على الماية درهم ثم اجبر الماية درهم بالعشرين شيء واحملها على الثمانية اشياء وثلث شيء يكون معك ثمانية وعشرون شيء وثلث شيء يعدل خمسة اسداس مال وماية درهم [f.° 18 r.°] فاكمل مالك يكون مالا وذلك بضربك فى واحد وخمس فاضرب كل شيء معك فى واحد وخمس يكون معك مال وماية درهم وعشرون درهما تعدل اربعة وثلاثين شيا فتنصف الاشياء وتضربها فى نفسها واطرح مما اجتمع الدراهم وخذ جذر الباقى وذلك ثلاثة عشر فاطرحها من نصف الاجذار يبقى اربعة وهو احد القسمين والثانى ستة فاذا قسمنا كل واحد منها على صاحبه ونقصنا الاقل من الاكثر يبقى خمسة اسداس وانما عملنا هذا العمل لان كل عددين يقسم كل واحد منهما على صاحبه ويطرح الاقل من الاكثر فان ضرب كل واحد منهما فى نفسه وطرح المجتمع الاقل من الاكثر فما بقى فهو مثل ضرب احدهما فى الثانى ثم فى الذى فضل من قسمة كل واحد منهما على صاحبه كما قال ايقليدس فى كتابه

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمتها قسمين فضربت احدهما فى خمسة وقسمت ما اجتمع على الثانى واخذت نصف ما خرج فكان عشرة

ماية درهم ومالان الا عشرين شىء ثم تضرب احد القسمين فى الثانى وما اجتمع فى الذى خرج من قسمتهما وذلك اثنان وسدس يجتمع لك احدى وعشرين شيا وثلثا شىء الا مالان وسدس مال فهذا يعدل ماية درهم ومالين الا عشرين شىء فاجبر كل ناقص واحمل مثله على نظيره على ما تقدم فيكون معك اربعة اموال سدس مال وماية درهم تعدل احدى واربعين شيا وثلثى شىء فرد كل ما معك الى مال واحد وهو ان تاخذ من كل شىء معك خمسه وخمس خمسه فيكون معك مال واربعة وعشرون درهما تعدل عشرة اجذار فاعمل على ما تقدم فى المسئلة الخامسة يخرج لك احد القسمين ستة والثانى اربعة فاذا قسمت هذا على هذا وهذا على هذا خرج اثنان وسدس كمل شرك وانما عملنا بهذا العمل لان كل عددين يقسم كل واحد منهما على صاحبه وتجمع ما خرج من قسمتهما [f.° 17 v.°] فان ضرب كل واحد فى نفسه وجمع ذلك مثل ضرب احدهما فى الثانى ثم ما اجتمع فيما خرج من قسمتهما كما قال ايقليدس فى كتابه

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمتها قسمين فقسمت كل واحد منهما على الثانى ونقصت الاقل من الاكثر فتبقى خمسة اسداس

قياسه ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فتضرب كل واحد منهما فى مثله وتطرح الاقل من الاكثر يبقى لك ماية درهم الا عشرين شيا ثم تضرب الشىء فى العشرة الا شىء يجتمع لك عشرة اشياء الا مال فاضرب ذلك فى الخمسة

يعدل ضرب احد القسمين فى الثانى وذلك عشرة اشياء الا مال فيكون معك بعد الجبر مال واثنان وخمسون درهما ونصف تعدل عشرين شيا ونصف شىء فتنصف [f.° 16 v.°] الاشياء واعمل على ما تقدم فى الخامسة يخرج لك بالنقصان ثلاثة وهو احد القسمين والقسم الثانى سبعة فاذا ضربت احدهما فى الثانى وقسمت ما اجتمع على فضل ما بين العددين وذلك اربعة يخرج خمسة وربع كما شرط ولو زدت الجذر وذلك سبعة وربع على نصف الاجذار وذلك عشرة وربع كان يخرج قيمة الشىء سبعة عشر ونصف فمن هنا لم تخرج الا بالنقصان اذا جعلت القسم الاقل هو الشىء فان جعلت القسم الاكبر فيكون الفضل بينهما شيان الا عشرة فاضرب ذلك فى الخمسة وربع يجتمع لك عشرة اشياء ونصف الا اثنين وخمسين درهم ونصف فهذا يعدل ضرب احد القسمين فى الثانى وذلك عشرة اشياء الا مال فيكون معك بعد الجبر مال ونصف شىء يعدل اثنين وخمسين درهما ونصف فتعمل على ما تقدم فى الرابعة يخرج لك قيمة الشىء سبعة وهو احد القسمين والقسم الثانى ثلاثة وذلك ما اردت معرفته

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمته قسمين وقسمت كل احد منهما على صاحبه وجمعت ما خرج من القسمين فبلغ [f.° 17 r.°] اثنين وسدس

قياسه ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فتضرب كل واحد منهما في نفسه وتجمع المربعين يجتمع لك

ذلك مايتا درهم وستون درهما الا اثنين وخمسين شيا تعدل المالين والماية الا عشرين شيا لانك متى ضربت ما خرج من القسمة فى المقسوم عليه يعود المال المقسوم فاجبر وقابل يكون معك مال وستة عشر جذرا تعدل ثمانين فقد خرجت الى المسئلة الرابعة فاصنع ما ذكر فى المسئلة الرابعة من العمل يخرج قسمة الشىء اربعة وهو احد القسمين والقسم الثانى ستة فاذا ضربت الستة فى نفسها والاربعة فى نفسها وجمعت ذلك وقسمت على اثنين وهما الفضل بين القسمين [f.° 16 r.°] يخرج ستة وعشرون كما شرك

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمتها قسمين وضربت احدهما فى الثانى وقسمت ما اجتمع على فضل ما بين القسمين قبل الضرب فخرج خمسة وربع

قياسه ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فتضرب احدهما فى الثانى يجتمع لك عشرة اشياء الا مال فهذه العشرة اشياء الا مال هى المقسومة على فضل ما بين القسمين فقد يكون العشرة الا شيان ان جعلت القسم الاقل هو الشىء وان جعلت القسم الاكبر هو الشىء فيكون الفضل بينهما شيان الا عشرة وقد علمنا انا متى ضربنا ما يخرج من القسم فى المقسوم عليه يعود الذى قسم فتضرب ما خرج من القسم وذلك خمسة وربع فى المقسوم عليه وذلك عشرة دراهم الا شيان على ان تجعل القسم الاقل هو الشىء يجتمع لك اثنان وخمسون درهما ونصف الا عشرة اشياء ونصف شىء فهذا

الخامسة فتنصف الاشياء وتضربها فى نفسها على ما تقدم فى المسئلة الخامسة واطرح مما اجتمع الدراهم وخذ جذر ما بقى واطرحه من نصف الاجذار يبقى لك ثلاثة وهو احد القسمين ولا تخرج هذه المسئلة الا بالنقصان لان الذى يخرج لك فيها الشىء وقد جعلنا الشىء القسم الاقل فمن هنا لا يخرج الا بالنقصان والقسم الثانى ما بقى من العشرة وذلك سبعة ولو جعلنا القسم الاكبر شيا لم يخرج الا بالزيادة لانه يكون الفضل بينهما شيان الا عشرة كما ذكرنا فكذلك تحمل ذلك على المابة والمالان الا عشرين شىء فكان يجتمع لك تسعون درهما ومالان الا ثمانية عشر فهذه تحمل اثنين وستين فقد خرجت الى مال واربعة عشر درهما تعدل تسعة اشياء فتنصف الاشياء وتضربها فى نفسها واطرح مما اجتمع الدراهم وخذ جذر ما بقى واحمله على نصف الاشياء [f.º 15 v.º] يجتمع لك سبعة وهو احد القسمين والقسم الثانى ما بقى من العشرة ولا تخرج هذه المسئلة الا بالزيادة للعلة التى تقدمت قبل هذا

مسئلة منه ايضا

عشرة قسمتها قسمين فضربت كل قسم فى نفسه وجمعت ما اجتمع من ذلك وقسمته على فضل ما بين القسمين فخرج ستة وعشرون

فاجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فاضرب كل واحد منهما فى نفسه يكون المجتمع مالان ومابة درهم الا عشرين شيا فاحفظها ثم اضرب الستة وعشرين فى فضل ما بين القسمين وذلك عشرة الا شيئين يجتمع من

من الاكثر كما شرك يبقى ماية الا عشرين شىء تعدل ثمانين فاجبر وقابل يكن معك عشرون درهما تعدل عشرين شيا فاعمل على ما تقدم يخرج لك احد القسمين واحد والثانى تسعة والامتحان فى ذلك [f.° 14 v.°] ان تضرب كل قسم فى نفسه وتطرح الاقل من الاكثر يبقى ثمانون كما شرك

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمتها قسمين وضربت كل قسم فى نفسه وجمعتهما وحملت على المجتمع فضل ما بين القسمين من قبل ضرب كل قسم فى نفسه فبلغ اثنين وستين

قياسه ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء ثم تضرب كل قسم فى نفسه يجتمع لك ماية درهم ومالان الا عشرين شيا ثم تحمل على المجتمع فضل ما بين الشىء وعشرة دراهم الا شىء وفضل ما بينهما ان جعلت القسم الاقل الشىء عشرة الا شيئين وان جعلت القسم الاكبر الشىء فالفضل بينهما شيان الا عشرة لانك كنت تطرح العشرة الا شىء من الشىء وذلك ان تجبر العشرة بالشىء الناقص وتجبر بمثله الشىء الثانى الذى تطرح منه ثم تطرح العشرة من الشيئين يبقى شيان الا عشرة فكانه جعلته الاقل فالفضل بينهما عشرة الا شيان فاحمل ذلك على الماية والمالين الا عشرين يجتمع لك ماية وعشرة ومالان الا اثنين وعشرين شيا تعدل اثنين وستين فاجبر وقابل يكون [f.° 15 r.°] معك مالان وثمانية واربعون درهما تعدل اثنين وعشرين شىء فتاخذ من كل ما معك نصفه فيكون معك مال واربعة وعشرون درهما تعدل احدى عشر شيا فقد اخرجتك الى

باب مسائل العشرات

عشرة قسمتها قسمين فضربت كل قسم فى نفسه وجمعت الضربين فبلغ اثنين وثمانين

العمل فى ذلك ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فاضرب القسم الواحد فى مثله يكن مالا واضرب الثانى فى نفسه يكن ماية درهم ومال الا عشرين شيا [f.° 14 r.°] فاجمعها كما شرك يجتمع لك ماية ومالان الا عشرين شىء تعدل اثنين وثمانين فاجبر وقابل فيكون معك مالان وثمانية عشر درهما تعدل عشرين شىء فاردد كل ما معك الى مال واحد فيكون معك مال وتسعة دراهم تعدل عشرة اشياء فاعمل على ما تقدم فى المسئلة الخامسة يخرج لك احد القسمين واحد ويبقى الثانى تسعة

والامتحان فى ذلك ان تضرب كل قسم فى نفسه وتجمعها يكن ذلك اثنين وثمانين كما شرك

مسئلة منه ايضا

اذا قيل لك عشرة قسمتها قسمين فضربت كل قسم فى نفسه ونقصت الاقل من الاكثر فبقى ثمانون

العمل فى ذلك ان تجعل القسم الواحد شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء ثم تضرب شيا فى نفسه بمال وعشرة الا شىء فى نفسها يجتمع لك ماية ومال الا عشرين شىء ثم تنقص الاقل

شرك يكن المجتمع احدى وعشرين وان شئت انقصت الاثنين اللذين هما الجذر من نصف عدد الاجذار وذلك خمسة يبقى لك ثلاثة وهو احد القسمين والثانى سبعة فافهم

والمسئلة السادسة

مال حملت عليه ثلاثة دراهم ثم ضربت المجتمع فى اربعة فكان المجتمع مثل ضرب المال فى نفسه

العمل فى ذلك ان تجعل المال الذى ذكر شيا وتحمل عليه ثلاثة دراهم ثم تضرب [f° 13 v.°] الشىء والثلاثة دراهم فى اربعة كما شرك يكن المجتمع اربعة اشياء واثنا عشر درهما تعدل مالا وهو ضرب الشىء فى مثله فاعمل على ما تقدم فى المسئلة السادسة وذلك ان تنصف الاشياء وتضربها فى مثلها وتحمل المجتمع على الدراهم وتاخذ جذر ما اجتمع وذلك اربعة فاحمل عليها نصف الاجذار تكن ستة وهو المال المجهول وامتحان ذلك ان تحمل على الستة التى هى المال ثلاثة دراهم يجتمع تسعة فيكون ضرب الستة فى نفسها التى هى المال كضرب الستة التى هى المال وثلاثة دراهم فى اربعة وهكذا [يستعمل] الجبر فى جميع ما يحتاج اليه فيما يستعمل من انواع الحساب ان شاء الله وقد زدنا مسائل من العشرات والاموال وغير ذلك مما يتقوا به الناظر فى استعمال الجبر وجميع ما يورده فاول ذلك

وتسعة اشياء يعدل تسعين فقد خرجتك هذه المسئلة الى المسئلة الرابعة من المسائل الستة وذلك ان تنصف الاجذار وتضربها فى نفسها وتحملها على الدراهم وتاخذ جذر ما اجتمع وذلك عشرة ونصف فاسقط منها نصف الاجذار يبقى ستة وهو احد القسمين والثانى اربعة والامتحان فى ذلك ان تضرب احد القسمين فى نفسه والثانى فى تسعة فان استويا فقد اصبت وذلك ان تضرب الستة التى هى قيمة الشىء فى نفسها والاربعة التى هى باقية من العشرة فى التسعة التى ذكر فتجد العددين متساويين كما شرط

والمسئلة الخامسة

عشرة قسمتها قسمين فضربت احدهما فى الثانى فبلغ [f.º 13 r.º] احدى وعشرين

العمل فى ذلك ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء فتضرب احد القسمين وهو شىء فى القسم الثانى وهو عشرة الا شىء يخرج لك عشرة اشياء الا مال تعدل احدى وعشرين التى شرط فتجبر وتقابل فيكون معك مال واحدى وعشرون درهما تعدل عشرة اشياء فقد خرجتك هذه المسئلة الى المسئلة الخامسة من المسائل الستة الاولى التى تخرج بالزيادة والنقصان فتعمل على ما تقدم وذلك ان تنصف الاجذار وتضربها فى نفسها وتطرح منها الدراهم وتاخذ جذر ما بقى وذلك اثنان فاحملها على نصف الاشياء يكن المجتمع سبعة وهو احد القسمين والقسم الثانى ثلاثة والامتحان فى ذلك ان تضرب احد القسمين فى الثانى ذما

والمسئلة الثالثة

عشرة قسمتها قسمين ثم قسمت احدهما على الثانى فخرج اربعة

العمل فى ذلك ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الاخر عشرة الا شىء فاقسم عشرة الا شىء على شىء يخرج اربعة كما شرك وقد علمنا انا متى ضربنا ما خرج من القسم فى المقسوم عليه عاد الذى قسم والذى يخرج من القسم فى هذه المسئلة اربعة والمقسوم عليه شىء فاضرب شيا فى اربعة تكن اربعة اشياء تعدل عشرة الا شىء فاجبر وقابل تكن معك خمسة اشياء تعدل عشرة فالشىء اثنان وهو احد القسمين والقسم الثانى ثمانية وامتحان ذلك ان تقسم الثمانية التى هى احد القسمين على اثنين وهو القسم الثانى يخرج لك اربعة كما شرك فقد اخرجتك هذه المسئلة الى المسئلة الثالثة [f.° 12 v.°] وهى جذور تعدل عددا

والمسئلة الرابعة

عشرة قسمتها قسمين فضربت احدهما فى نفسه والثانى فى تسعة فاستويا

العمل فى ذلك ان تجعل القسم الواحد شيا والثانى عشرة الا شىء فتضربه فى نفسه بمال وتضرب عشرة الا شىء فى تسعة يجتمع لك تسعون الا تسعة اشياء فيكون معك مال

والقسم الثانى اثنان [f.° 11 v.°] والامتحان فى ذلك ان تضرب الثمانية الذى هو القسم الواحد فى نفسه يجتمع اربعة وستون ثم اضرب هذه الثمانية فى القسم الثانى وهو اثنان تكن ستة عشر فاضعفها اربع مرات كما شرك تكن اربعة وستين وهو مثل ضرب الثمانية فى نفسها فقد صار ضرب احد القسمين فى مثله مثل ضرب احد القسمين فى الثانى اربع مرات فقد اخرجتك هذه المسئلة الى اموال تعدل جذورا لان الشىء هو الجذر بنفسه وهى المسئلة الاولى من المسائل الستة

والمسئلة الثانية

عشرة قسمتها قسمين فضربت العشرة فى نفسها واحد القسمين فى نفسه فكان ضرب العشرة فى نفسها مثل ضرب احد القسمين فى مثله ستة عشر مرة

العمل فى ذلك ان تجعل احد القسمين شيا يبقى الثانى عشرة الا شىء ثم تنصرف الى العشرة تضربها فى نفسها تكن ماية ثم تضرب الشىء فى نفسه يكن مال فتضربه فى الستة عشر يكن ستة عشر مالا تعدل ماية درهم فتقسم الماية على ستة عشر يخرج ستة وربع فجذر الستة وربع هو القسم الواحد الذى ضرب فى نفسه وذلك [f.° 12 r.°] اثنان ونصف والامتحان فى ذلك ان تضرب العشرة فى مثلها تكن ماية ثم اضرب الاثنين ونصف الذى هو احد القسمين فى مثله يجتمع لك ستة وربع فاضربها فى ستة عشر تكن ماية كما شرك فقد اخرجتك هذه المسئلة الى المسئلة الثانية من المسائل الستة المتقدمة الذكر وهى اموال تعدل عددا

المايه يبقى سبعون وهى تعدل المايه الا عشرة امثال الشىء الذى هو ثلاثة كما ذكرناه وكذلك تفعل فى جميع ما ورد عليك من القليل والكثير من هذا الباب فافهم فهذا تمام مقدمات الجبر وهى سبعة عشر فصلا الستة منها هى المسائل الستة المعلومة والستة الثانية هى ابواب الجذور والفصل الثالث عشر المتقدم الذكر من ضرب الاشياء والاموال والكعوب والرابع عشر هو جمعها [f.' 11 r.°] وطرحها والخامس عشر قسمة بعضها على بعض والسادس عشر معرفة ضرب الناقص فى الناقص والناقص فى الزايد والزايد فى الزايد والسابع عشر معرفة الجبر والمقابلة المتقدمة الذكر

باب استعمال الستة مسائل التى يدور عليها جميع الجبر من ذلك المسئلة الاولى

عشرة قسمتها قسمين فضربت احدهما فى مثله ثم ضربت احدهما فى الثانى وكان المضروب فى مثله مثل ضرب احد القسمين فى الثانى اربع مرات

العمل فى ذلك ان تجعل احد القسمين شىء يبقى الثانى عشرة الا شىء فتضرب الشىء فى نفسه يجتمع لك مال ثم تضرب الشىء فى العشرة الا شىء كما شرك يجتمع لك عشرة اشياء الا مال فتضربها فى الاربعة لقوله فكان المضروب فى نفسه مثل احد القسمين فى الثانى اربع مرات فيجتمع لك اربعون شىء الا اربعة اموال تعدل مال كما شرك فتجبر وتقابل فيكون معك خمسة اموال تعدل اربعين شىء فتقسم الاربعين شىء على الخمسة اموال يخرج ثمانية وهو القسم الذى ضرب فى نفسه

باب قسمة الاشياء والاموال والكعوب بعضها على بعض

اذا قيل لك اقسم عشرة اموال على عشرة اشياء فاقسم عدد الاموال على عدد الاشياء يخرج واحد فان اردت معرفة الجنس الذى هو منه الواحد فاطرح درجة الاشياء من درجة الاموال الباقى واحد وهو من باب الاشياء فمن ذلك الجنس هو الواحد وذلك شيى وامتحان ذلك ان تضرب شيا فى عشرة اشياء يخرج عشرة اموال وكذلك ان قيل لك اقسم ماية كعب على عشرة اشياء فاقسم ماية على عشرة يخرج عشرة فاحفظها ثم اسقط درجة الاشياء من درجة الكعوب تبقى [f.° 10 v.°] درجة الاموال وهو جنس الجنس المطلوب فالذى خرج من هذه المسئلة هو عشرة اموال وهكذا تصنع فى كل ما اتاك من هذا الباب

باب معرفة الجبر والمقابلة

الجبر هو الزيادة فى كل ناقص حتى لا ينقص والمقابلة طرح كل نوع من نظيره حتى لا يكون فى الجهتين نوعان متجانسين مثاله لو قيل لك ماية درهم الا عشرة اشياء تعدل سبعين كنت تجبر الماية بالعشرة الاشياء الناقصة تكن ماية درهم وتحمل على السبعين درهما العشرة اشياء التى جبرت بها الماية تقابل سبعين من الماية فاسقطها من المـاية تبقى ثلاثون درهما تعدل عشرة اشياء فالشىء ثلاثة فلو طرحنا عشرة امثاله من

باب جمع الاشياء والاموال والكعوب بعضها الى بعض

اعلم ان جمع الاشياء الى الاشياء والاموال الى الاموال والكعوب الى الكعوب لا يجتمع جنس منها الى جنس الا ان يكون واحد من ذلك الجنس مساويا لواحد من الاخر مثل قولك اجمع شيا الى اربعة اشياء فان كان الشىء مساويا لشىء من الاربعة اشياء فتقول المجتمع خمسة اشياء وان لم تكن مساوية لها فلتقل المجتمع اربعة اشياء وشىء وكذلك ان قيل لك اجمع عشرة كعوب الى عشرة كعوب فان كان كل واحد من العشرة كعوب مساويا لكلّ واحد من العشرة كعوب الاخر فتقول فى جمعك اياها المجتمع عشرون كعب وان لم يكن ذلك فلتقل المجتمع منها عشرة كعوب وعشرة كعوب وكذلك الاموال ايضا اذا كان المال مساويا للمال فتجمعها وان لم يكن مساويا له فلتجب بها مفترقان

[f.° 10 r.°] باب طرح الاشياء والاموال والكعوب بعضها من بعض

اعلم ان الطرح مثل الجمع لا يطرح جنس من اخر الا ان يكون مساويا له مثل قولك اطرح ستة اشياء من عشرة اشياء فان كان الشىء مساويا للشىء فالباقى اربعة اشياء وان لم يكن مساويا له فالباقى عشرة اشياء الا ستة اشياء وكذلك تصنع فى الكعوب والاموال وكل ما اتاك من هذا الجنس

درجتان على ما بينا قبل هذه ولكل كعب ثلاث درجات فتقول في المجتمع اربعماية كعب كعب او اربعماية مال مال مال

وكذلك ان قيل لك اضرب عشرين كعب كعب في عشرين كعب كعب فانك تضرب عشرين في عشرين وتجمع الدرجات التي للكعوب وذلك اثنا عشر درجة اذ درجة [f.° 9 r.°] كل كعب منها ثلاثة فهي باب الكعوب مكررة اربع مرات او باب الاموال مكررة ست مرات فتقول ان الجميع اربعماية كعب كعب كعب الكعب وان شئت ان تقول اربعماية مال مال مكررة ست مرات فهكذا تعمل في جميع ما كثر من هذه الانواع فافهم

باب مسائل من هذا الباب

اذا قيل لك اضرب عشرة دراهم وشيا في عشرة دراهم وشيء

فالعمل في ذلك ان تضرب العشرة دراهم في العشرة دراهم يجتمع لك ماية درهم ثم تضرب العشرة دراهم في الشيء والعشرة دراهم الاخرى في الشيء يجتمع لك عشرون شيء ثم تضرب شيا في شيء يجتمع لك مال فيكون معك ماية درهم ومال وعشرون شيء وان قيل لك اضرب عشرة دراهم وشيا في عشرة دراهم الا شيء فانك تعمل على ما تقدم يجتمع لك ماية درهم وعشرة اشياء زايدة وعشرة اشياء ناقصة ومال ناقص فتذهب العشرة اشياء الزايدة بالعشرة اشياء الناقصة يبقى معك ماية درهم الا مال

فان قيل لك اضرب عشرة دراهم وشيا ومالا وكعبا في عشرة دراهم وشيء ومال وثلاث [f.° 9 v.°] كعوب فاعملها على عملك منازل الاعداد

فصل

واعلم ان ضرب الزايد فى الزايد زايد وضرب الناقص فى الناقص زايد وضرب الزايد فى الناقص ناقص وضرب الناقص فى الزايد ناقص وجميع ما تقدم من الضرب يعلم بهذا القياس الذى اذكره وذلك ان تجعل للشىء درجة وللمال درجتين وللكعب ثلاث درجات فمتى ضربنا من هذه المسائل الثلاثة وما تركب منها بعضها فى بعض فانك تعرفه من هذه المسائل لانك تجمع درجة المضروب الى درجة المضروب فيه فما اجتمع من الدرجات بنيته على الثلاثة مسائل المتقدمة الذكر وهى الدرجة التى جعلت للاشياء والدرجتان التى جعلت للاموال والثلاث درجات التى جعلت للكعوب فلو ضربت الكعوب فى الكعوب كنت تجمع درجات الكعوب [f.° 8 v.°] الى درجات الكعوب فكان يجتمع لك ستة فهذه الستة هى درجات كعوب الكعوب وكذلك لو ضربنا اموالا فى اموال كنت تجمع درجات الاموال الى درجات الاموال فكان يجتمع لك اربعة فهى درجات اموال اموال وكذلك ان اجتمع لك تسعة فانها درجات كعوب كعوب الكعوب ولو اجتمع لك عشرة كانت تكون درجات اموال اموال اموال اموال خمسة اذ درجة كل مال اثنان او كنت تقول درجات كعوب كعوب الكعوب مضروبة فى اشياء ومثال ذلك اذا قيل لك اضرب عشرين كعب فى عشرين كعب يخرج لك اربعماية ثم تجمع درجات الكعوب وهى ثلاثة الى درجات الكعوب الاخر وهى ثلاثة يجتمع لك ستة فتقول باب ستة كعوب الكعوب وان شئت قلت اموال اموال اموال اذ لكل مال

باب طرح الجذور

اذا قيل لك اطرح جذر خمسة من جذر عشرين
العمل فى ذلك ان تضرب الخمسة فى العشرين وتاخذ جذرى ما اجتمع وذلك عشرون ثم تجمع الخمسة والعشرين وتطرح منـهـا العشرين يبقى خمسة فجذر خمسة هو المطلوب وكذلك العمل فى الطرح فيما زاد على واحد او نقص منه ترد ذلك الى جذر واحد وتعمل على ما تقدم
فلو قال لك اطرح جذرى خمسة من جذرى عشرين كنت تعمل على ما تقدم فافهم

باب ضرب الاشياء والاموال والكعوب مع الاعداد بعضها فى بعض

اعلم ان ضرب الاشياء فى العدد اشياء وضرب الاموال فى العدد اموال وضرب الكعوب فى العدد كعوب وكذلك العدد متى ضربته فى اى نوع من هذه الانواع فهو ذلك النوع بعينه واعلم ان ضرب الاشياء فى الاشياء اموال وضرب الاشـيـاء [f.° 8 r.°] فى الاموال كعوب وضرب الاموال فى الاموال اموال اموال وضرب الاموال فى الكعوب اموال كعوب وضرب الكعوب ايضا فى الكعوب كعوب كعوب

اذا قيل لك اقسم عشرة على جذر واحد ونصف

العمل فى ذلك على ما تقدم ذكره [f.° 7 r.°] فى الضروب وذلك بان تضرب العدد الذى لم يجد جذره ابدا فى مثله ثم تقسم على العدد الماخوذ جذره يخرج لك ستة وستون وثلثان فجذرها هو الذى اردت معرفته لانك اذا ضربت العشرة فى مثلها يجتمع لك ماية فكانه قيل لك اقسم جذر ماية على جذر واحد ونصف لان قولك عشرة كقولك جذر ماية فاعمل على ما تقدم

وكذلك اذا قيل لك اقسم جذر اربعة على جذر تسعة فاقسم الاربعة على التسعة يخرج لك اربعة اتساع فجذر اربعة اتساع هو المطلوب وذلك ثلثان فافهم

باب جمع الجذور

اذا قيل لك اجمع جذر تسعة الى جذر اربعة

العمل فى ذلك ان تضرب الاربعة فى التسعة وتاخذ جذرى ما اجتمع وذلك اثنا عشر ثم تجمع التسعة والاربعة مع الجذرين تكن خمسة وعشرين فجذر خمسة وعشرين هو المطلوب وان قال اجمع جذرى عشرين الى جذرى خمسة العمل فى ذلك ان تقول جذرى خمسة جذر اى عدد يكون تجد ذلك جذر عشرين ثم تقول جذرى عشرين جذر اى عدد يكون فتجد ذلك جذر ثمانين فكانه قيل لك اجمع جذر عشرين [f.° 7 v.°] الى ثمانين فاعمل على ما تقدم يخرج لك جذر ماية وثمانين وهو ما يجتمع من جذرى خمسة الى جذرى عشرين فافهم

وكذلك لو قيل لك اضرب ثلاثة اجذار خمسة فى جذرى عشرة كنت تقول ثلاثة اجذار خمسة جذر اى عدد يكون يخرج لك جذر خمسة واربعين ثم تقول جذرى عشرة جذر اى عدد يكون يخرج لك اربعون فكانه قيل لك اضرب جذر خمسة واربعين فى جذر اربعين فتاخذ جذر ما اجتمع فما كان فهو ما يجتمع من ضرب ثلاثة اجذار خمسة فى جذرى عشرة فافهم

وكذلك [f.° 6 v.°] ان قيل لك اضرب جذر خمسة فى اربعة العمل فى ذلك ان تضرب الاربعة التى لم يسم لها جذر فى نفسها تكن ستة عشر ثم تعمل على ما تقدم كانه قيل لك اضرب جذر خمسة فى جذر ستة عشر فتضرب خمسة فى ستة عشر تكن ثمانين فجذر ثمانين هو المطلوب

باب قسمة الجذور

اذا قيل لك اقسم جذر عشرين على جذر خمسة

العمل فى ذلك ان تقسم العشرين على الخمسة وتاخذ جذر ما خرج وذلك اثنان وهو الذى يخرج من قسمة جذر عشرين على جذر خمسة وكذلك لو قيل لك اقسم جذرى عشرين على نصف جذر عشرة العمل فى ذلك ان تقول جذرى عشرين جذر اى عدد يكون يخرج لك جذر ثمانين ثم تقول نصف جذر عشرة جذر اى عدد يكون وذلك جذر اثنين ونصف فكانه قيل لك اقسم جذر ثمانين على جذر اثنين ونصف فتعمل على ما تقدم يخرج جذر اثنين وثلاثين وهو المطلوب من قسمة جذرى عشرين على نصف جذر عشرة

باب اضعاف الجذور وتجزئتها

فاما الباب الاول الذى هو اضعاف الجذور فمثل قولك ثلاثة اجذار عشرة جذر اى عدد يكون

العمل فى ذلك ان تضرب عدد الاجذار فى مثله وما اجتمع فى العشرة يجتمع لك تسعون فجذر تسعين هو ثلاثة اجذار عشرة وهو المطلوب فافهم

وكذلك فى الباب الثانى وهو تجزئة الجذور لو قيل لك ثلثا جذر عشرة جذر اى عدد يكون

العمل فى ذلك ان تضرب الثلثين فى نفسها تكن اربعة اتساع فتضربها فى عشرة على ما تقدم تكن اربعة [f.° 6 r.°] واربعة اتساع فجذر اربعة واربعة اتساع هو المطلوب وهو ثلثى جذر العشرة التى ذكر فافهم

وكذلك تصنع فى جميع اضعاف الجذور وتجزئتها على ما ذكرنا فى البابين المتقدمين الذكر وذلك بان تضرب عدد اضعاف الجذور فى مثله وما اجتمع فى العدد المنسوب اليه الجذر فما اجتمع هو المطلوب فافهم

باب ضرب الجذور

اذا قيل لك اضرب جذر عشرة فى جذر خمسة

العمل فى ذلك ان تضرب الخمسة فى العشرة وتاخذ جذر ما اجتمع فما كان فهو الذى يجتمع من ضرب جذر خمسة فى جذر عشرة وذلك جذر خمسين

والمسئلة السادسة جذور وعدد تعدل اموالا

نحو قولك ثلاثة اجذار واربعة دراهم تعدل مالا كم المال وكم الجذر

العمل فى ذلك ان تنصف عدد الاجذار وذلك واحد ونصف فتضربها فى نفسها وتحمل ما اجتمع على عدد الدراهم تكن ستة وربع فتاخذ جذرها وذلك اثنان ونصف فتحمل عليها نصف الاجذار تكن اربعة وهو جذر المال والمال ستة عشر والامتحان فى ذلك ان تجمع الثلاثة اجذار مع الاربعة دراهم تكن ستة عشر وهو المال كما شرك وكذلك ما زاد على مال او نقص منه فانك تردة ابدا الى مال واحد وترد ما كان معه من جذور وعدد الى تلك النسبة وتعمل على ما تقدم فى هذه المسئلة فافهم

وهكذا تصنع فى هذه المسائل الستة فيما زاد على مال واحد او نقص منه ترده الى مال واحد وما كان معه الى تلك النسبة

واعلم ان المسئلة الرابعة انفراد العدد [f.° 5 v.°] والخامسة انفراد الجذور والسادسة انفراد الاموال فاذا حفظت هذا الانفراد لم يشتبه عليك مسئلة من هذه المسائل بالتقديم والتاخير

باب الجذور

اعلم ان مسائل الجذور تستعمل على ستة ابواب ايضا فالاول منها اضعاف الجذور والثانى تجزئة الجذور والثالث ضرب بعضها فى بعض والرابع قسمة الجذور بعضها على بعض والخامس جمع بعضها الى بعض والسادس طرح بعضها من بعض

مما اجتمع لك الدراهم يبقى لك اربعة فتاخذ جذرها وذلك اثنان فان شئت فادملهما على نصف الاجذار يجتمع لك سبعة وهو جذر المال بالزيادة والمال تسعة واربعون وان شئت [فانقص] الاثنين من نصف العشرة يبقى ثلاثة وهو جذر المال بالنقصان والمال تسعة وكذلك تعمل فى هذه المسئلة فيما زاد على مال واحد او نقص من مال ترد الاموال الى مال واحد ابدا وترد ما كان مع الاموال من الدراهم والجذور الى تلك النسبة على ما تقدم ذكره

واعلم انك متى ضربت نصف عدد الاجذار فى نفسها وكان اكثر من عدد الدراهم فالمسئلة جائزة وان كان ما اجتمع مثل عدد الدراهم فالمسئلة ايضا جائزة ويكون الجذر حينئذ مثل عدد نصف الاجذار (1) [f.° 5 r.°] وان كان ما اجتمع من ضرب نصف الاجذار فى نفسها اقل من عدد الدراهم فالمسئلة لا تجوز البتة فافهم

---

(1) En este folio 4 v.°, existe la siguiente nota marginal que parece escrita por la misma mano del copista:

وعلة ذلك قد ذكرها اقليدس حيث يقول اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التى تضاف الى خط مستقيم وتنقص عن تمامة سطوح شبيهة بالسطح المتوازى الاضلاع المعمول على نصف الخط وموضوعة كوضعه هو السطح المعمول على نصف الخط الشبيه بالسطوح التى هى النقصانات

فى نفسها وتحمل ما اجتمع على دراهم تكن اربعة وستين فتاخذ جذرها وذلك ثمانية فتطرح منها نصف الاجذار يبقى لك ثلاثة وهو جذر المال والمال تسعة والامتحان فى ذلك ان تجمع المال وهو تسعة مع عشرة اجذاره وهى ثلاثون يكن المجتمع تسعة وثلاثون كما شرك

وان قال مالان وعشرون جذرا يعدل ثمانية وسبعين درهما كم الجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تعلم ما نسبة مال واحد ابدا من عدد الاموال وتاخذ تلك النسبة من الجذور والدراهم ثم تعمل على ما تقدم ونسبة مال من مالين نصف فتاخذ من كل شىء معك نصفه فتعود العشرون جذرا الى عشرة اجذار والثمانية وسبعون درهما الى تسعة وثلاثين فكانه قيل لك مال وعشرة اجذار تعدل تسعة وثلاثين كم الجذر وكم المال فتعمل على ما تقدم

وان قيل لك نصف مال وخمسة اجذار تعدل تسعة عشر درهما ونصف كم الجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تقول بكم نجبر نصف مال حتى يكون مالا وذلك بضربه فى اثنين فاضرب كل ما معك فى اثنين يجتمع لك مال وعشرة اجذار تعدل تسعة وثلاثين [f.° 4 v.°] كم الجذر وكم المال فتعمل على ما تقدم

المسئلة الخامسة اموال وعدد يعدل جذورا

نحو قولك مال واحد وعشرون درهما تعدل عشرة اجذار كم اجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تنصف الاجذار وتضربها فى نفسها وتطرح

مال يعدل عشرين درهما كم الجذر وكم المال فاقسم العشرين على النصف يخرج لك اربعون وهو المال [f.° 3 v.°] والجذر ستة وثلث بالتقريب لان الاربعين عدد اصم

المسئلة الثالثة جذور تعدل عددا

نحو قولك جذر مال يعدل عشرين درهما كم الجذر وكم المال
العمل فى ذلك ان تقسم عدد الدراهم على عدد الجذور فما خرج فهو الجذر وذلك عشرون فى هذه المسئلة والمال اربعماية وان قال ثلاثة اجذار تعدل خمسة واربعين درهما كم الجذر وكم المال فاقسم الدراهم على عدد الاجذار فما خرج فهو الجذر الواحد وذلك خمسة عشر والمال مايتين (1) وخمسة وعشرون

وان قال نصف جذر مال يعدل عشرة دراهم كم الجذر وكم المال فاقسم العشرة على النصف يخرج عشرون وهو الجذر والمال اربعماية

المسئلة الرابعة اموال وجذور تعدل عددا

نحو قولك مال وعشرة اجذار تعدل تسعة وثلاثين درهما كم الجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تنصف عدد [f.° 4 r.°] الاجذار وتضربها

---

(1) En el ms. ماتين.

فالمسئلة الاولى اموال تعدل جذورا

نحو قولك مال يعدل عشرة اجذاره كم الجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تقسم العشرة الاجذار على عدد الاموال فما خرج فهو جذر المال والمال ضرب ذلك الجذر فى مثله [والذى] يخرج [فى هذه المسئلة] الجذر عشرة والمال ماية وهو يعدل عشرة اجذاره كما شرك

وان قال نصف مال [f.° 3 r.°] يعدل عشرة اجذاره كم الجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تقسم العشرة على النصف يخرج لك عشرون فهذه العشرون هى جذر المال والمال ما اجتمع من ضرب ذلك الجذر فى نفسه وذلك اربعم ماية فنصف المال يعدل عشرة اجذار المال كله كما شرك

وان قال مال ونصف مال يعدل تسعة اجذاره كم الجذر وكم المال

فالعمل فى ذلك ان تقسم عدد الاجذار على عدد الاموال يخرج ستة وهو الجذر والمال ستة وثلاثون فاذا حملت عليه نصفه كان المجتمع اربعة وخمسين وهى تسعة اجذار المال كما شرك

المسئلة الثانية اموال تعدل عددا

نحو قولك مال يعدل ستة عشر درهما كم الجذر وكم المال

العمل فى ذلك ان تقسم الستة عشر على عد[د] الاموال فما خرج فهو المال وذلك ستة عشر والجذر اربعة وان قال نصف

كتاب فيه اختصار الجبر والمقابلة
تاليف الشيخ ابى عبد الله
محمد بن عمر بن محمد
المعروف بابن بدر
رضى اللـه عنه وارضاه وغفر له

[f.° 2 v.°] بسم الله الرحمن الرحيم صلى الله على سيدنا محمد وعلى ءاله

اعلم ان الجبر يدور على ثلاثة اشياء وهى اموال وعدد وجذور فالجذر منها ما ضرب فى مثله من الواحد وما دونه من الكسور وما فوقه من الاعداد

والمال ما اجتمع من ضرب الجذر فى مثله والعدد هو المنفرد الذى لا ينسب الى جذر ولا [الى] مال وقد يكون من هذه الضروب الثلاثة كل ضرب منها يعدل الثانى فينبنى من ذلك ثلاثة مسائل وقد يكون كل ضربين من هذه الثلاثة يعدلان الضرب الثالث فينبنى من ذلك ثلاثة مسائل ايضا تمام ست مسائل

كتاب

فيه

اختصار الجبر والمقابلة

تاليف

الشيخ ابى عبد الله محمد بن عمر بن محمد

المعروف بابن بدر

وقف على طبعه

يوسف شانجاس بارس المجريطى

طبع

بالمطبعة الابيرقة

مجريط سنة ١٩١٦ المسيحية

كتاب

فيه

اختصار الجبر والمقابلة

تاليف الشيخ

ابن بدر